BASISSTANDARDS FÜR DIE MATHEMATIK

UNTERLAGEN FÜR DEN ANHÖRUNGSPROZESS | 25. Januar 2010

EDK | CDIP | CDPE | CDEP |

Schweizerische Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren
Conférence suisse des directeurs cantonaux de l'instruction publique
Conferenza svizzera dei direttori cantonali della pubblica educazione
Conferenza svizra dals directurs chantunals da l'educaziun publica

INHALT

1 EINLEITUNG

ALLGEMEINE BEMERKUNGEN ZUM FACHBEREICH UND ZUM KOMPETENZMODELL MATHEMATIK

Die von der EDK vorgeschlagenen Basisstandards stützen sich auf die wissenschaftlichen Arbeiten des Konsortiums Mathematik:

Pädagogische Hochschule FH Nordwestschweiz, Aarau (Leading house) I
Helmut Linneweber-Lammerskitten, Beat Wälti, Robbert Smit

Institut de Recherche et de Documentation pédagogique (IRDP), Neuchâtel I Viridiana Marc, Luc-Olivier Pochon

Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport, Divisione della scuola, Bellinzona I
Aldo Frapolli, Larissa Cadorin

Pädagogische Hochschule Bern, Institut für Lehrerinnen- und Lehrerbildung, Bern I Elisabeth Moser Opitz, Ueli Hirt

Pädagogische Hochschule Zürich I Roland Keller

und weitere Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter in der Romandie I
Michel Bréchet (JU), Jacques-André Calame (HEP-BEJUNE), Michel Chastellain (HEP-VD), Ninon Guignard (SRED), Olivier Menge (DECS), Ladislas Ntamakiliro (URSP), Werner Riesen (SREP), Chantal Tièche Christinat (IRDP), Anne Volet (DGEO)

sowie weitere Mitarbeiter in der deutschen Schweiz I Walter Bächtold, Franco Caluori, Werner Jundt, Bernhard Matter

GRUNDLAGEN

Das Verhältnis vieler Erwachsener zur Mathematik ist zwiespältig. Auf der einen Seite ist der Wert der Mathematik unbestritten. Sie ist der Inbegriff einer exakten Wissenschaft, Ursprung und Vorbild für alle Wissenschaften. Ohne mathematische Hilfsmittel wären die Fortschritte in Naturwissenschaften und Technik unmöglich. Auf der anderen Seite gilt die Mathematik vielen – auch «bildungsnahen» – Erwachsenen als Inbegriff des Abstrakten, Schwierigen, Blutleeren und Langweiligen. Diese Zwiespältigkeit zu beheben oder zumindest zu verringern ist ein wichtiger Bildungsauftrag des Schulfachs Mathematik. Ohne mathematische Grundbildung erschliesst sich die moderne, von Information, Kommunikation und Technik geprägte Welt nur unzureichend und reduziert sich die Mitgestaltungsmöglichkeit und Teilhabe am gesellschaftlichen Leben. Dies kommt auch in der PISA-Definition der mathematischen Grundbildung als «mathematical literacy» zum Ausdruck. Sie wird als die Fähigkeit definiert «die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens einer Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht».

Auch wenn diese Definition etwas einseitig die Vorbereitung auf die gesellschaftliche Rolle als Bürger in den Vordergrund stellt und die persönliche Selbstverwirklichung, das lebenslange Lernen und den Bildungswert der Mathematik weniger betont, gibt sie für die Festlegung mathematischer Bildungsstandards wichtige Impulse. Mathematische Grundbildung im Sinne von HarmoS soll den Schülerinnen und Schülern helfen, die Welt (in der weitesten Bedeutung des Wortes) zu verstehen, sie konstruktiv, engagiert und reflektiert mitzugestalten und sich selbst weiterzuentwickeln.

Ein stärkeres Gewicht als in aktuellen Lehrplänen kommt daher den handlungsbezogenen Aspekten zu. Sie werden im HarmoS Kompetenzmodell Mathematik jeweils auf inhaltliche Teilbereiche bezogen und führen so zu einer zweidimensionalen Matrixstruktur, die (abgesehen von Anpassungen für die Jahrgangsstufe 4) für alle Jahrgangstufen gleich ist.

Bei der Wahl der fünf (inhaltsbezogenen) Kompetenzbereiche und der acht Handlungsaspekte hat sich das Konsortium an den eingangs genannten Zielen orientiert und sich von Kompetenzmodellen aus anderen Ländern bzw. internationalen Projekten (NCTM, PISA, KMK u.a.m.), aber auch von den Besonderheiten der Schweiz (Lehrplanvergleich, Kultur- und Sprachunterschiede) leiten lassen.

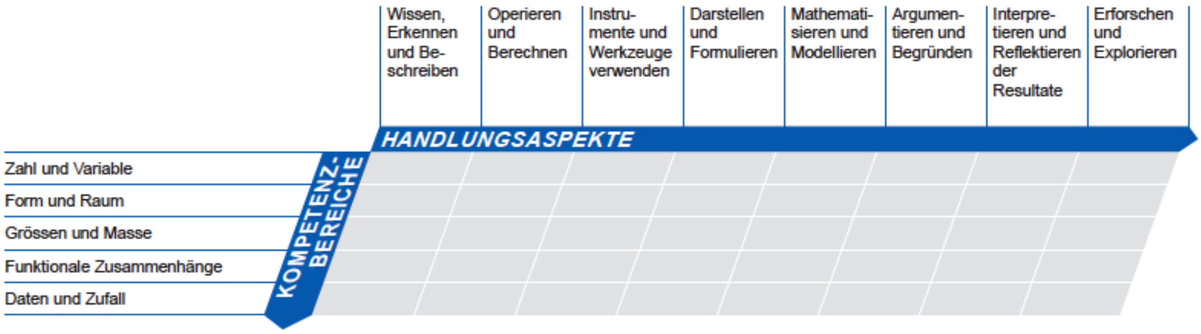
Mathematische Kompetenz erschöpft sich nicht im Wissen und Können, sondern umfasst auch Interesse, Motivation und die Fähigkeit und Bereitschaft, zur Teamarbeit. Um die Kompetenzbeschreibungen lesbar zu halten, wurde auf explizite Formulierungen verzichtet. Auch ist die Überprüfung der nicht-kognitiven Facetten mathematischer Kompetenz schwierig. Trotzdem wäre es ein Fehler bei der Festlegung von Basisstandards in Mathematik auf diese Facetten mathematischer Kompetenz nicht einzugehen, sie sind deshalb in der jeweils vorangestellten Formulierung berücksichtigt:

> *Am Ende des 4./8./11. Schuljahres haben alle Schülerinnen und Schüler die im folgenden formulierten Kompetenzen auf einem Basisniveau erreicht und sind fähig und bereit, in einem Team zur Lösung von schwierigeren Aufgaben mit Fragen, Ideen oder Skizzen etwas beizutragen.*

Mathematische Basisstandards formulieren somit Erwartungen an die Schülerinnen und Schüler, implizieren damit aber auch Ansprüche der Schülerinnen und Schüler an das Bildungssystem und die Gesellschaft. Dieser erweiterte Kontext sollte mitgedacht werden, wenn im Folgenden Basisstandards lediglich als Kompetenzerwartungen an die Schülerinnen und Schüler formuliert und konkretisiert werden.

BEZUG ZU KOMPETENZMODELL

Die Basisstandards HarmoS Mathematik stützen sich auf ein mehrdimensionales Kompetenzmodell, in dem verschiedene, für die Beschreibung von mathematischen Kompetenzen wichtige Aspekte und Faktoren unterschieden und in eine systematische Ordnung gebracht werden. In diesem Modell werden 1. Handlungsaspekte, 2. (inhaltsbezogene) Kompetenzbereiche, 3. verschiedene Kompetenzniveaus, 4. eine Entwicklungsdimension (Jahrgangsstufen 4, 8 und 11) und 5. nicht-kognitive Dimensionen (insbes. motivationale und soziale Facetten) berücksichtigt. In der untenstehenden Graphik sind die beiden erstgenannten Dimensionen «Handlungsaspekte» und «Kompetenzbereiche» in Form einer Matrix dargestellt, die das Grundschema für die Kompetenzbeschreibungen der einzelnen Jahrgangsstufen (mit gewissen Einschränkungen bezüglich der Jahrgangsstufe 4 – siehe unten) bildet.



Die hier grau wiedergegebenen Matrixfelder stehen als Platzhalter für die verschiedenen Kompetenzbeschreibungen der Jahrgangsstufen 4, 8 und 11. Sie werden in den Kapiteln 2, 3 und 4 explizit formuliert und durch Beispielaufgaben illustriert. Die Matrixform macht zum einen deutlich, dass Beschreibungen mathematischer Kompetenzen sowohl ein inhaltliches, als auch ein handlungsbezogenes Element aufweisen müssen, sie erlaubt zum anderen eine systematisch geordnete Darstellung der vielen konkreten Kompetenzbeschreibungen und macht schliesslich durch Vergleich entsprechender Felder die Entwicklungsdimension über die Jahrgangsstufen hinweg sichtbar (insbes. dann, wenn erkennbar ist, dass die Kompetenzen aufeinander aufbauen).

Von der Entwicklungsdimension zu unterscheiden sind die Kompetenzniveaus. Erstere betrifft die drei von HarmoS bestimmten Schnittstellen der Kompetenzentwicklung (Klassen 4, 8 und 11), letztere betreffen unterschiedliche Grade einer Kompetenz. Die Kompetenzbeschreibungen machen aber für die genannten Schnittstellen der Kompetenzentwicklung noch keine Aussage über das Kompetenzniveau (d.h. den Grad der Kompetenz). Durch zusätzliche Faktoren, die die Vertrautheit mit der Situation, den Kontext, die Komplexität der Gedankenschritte u.a.m. betreffen, können unterschiedliche Niveaus beschrieben und durch empirisch validierte Aufgaben illustriert werden.

Die mathematischen Basisstandards (als Leistungserwartungen an die Schülerinnen und Schüler) legen fest, welche Kompetenzen alle Schülerinnen und Schüler auf welchem Niveau am Ende der entsprechenden Jahrgangsstufe erreicht haben sollen. Sie werden in den Kapiteln 2, 3 und 4 nach Jahrgangsstufen und Handlungsaspekten geordnet dargestellt, indem zunächst die Leistungserwartungen bezogen auf ein Basisniveau bereichsübergreifend formuliert, durch die Kompetenzbeschreibungen konkretisiert und durch Beispiele illustriert werden. Die Beispiele enthalten – sofern sie empirisch validiert wurden – Angaben zur Lösungshäufigkeit und sollten in der Mehrheit von allen Lernenden gelöst werden können.

ANPASSUNG DES KOMPETENZMODELLS FÜR DAS 4. SCHULJAHR

Das Kompetenzmodell für das 4. Schuljahr konzentriert sich auf zwei (der fünf) Kompetenzbereiche: «Zahl und Variable» und «Form und Raum». Zu dem Bereich «Grössen und Messen» sowie zum Kompetenzaspekt «Instrumente und Werkzeuge verwenden» wurden zwar Aufgaben entwickelt, es musste jedoch darauf verzichtet werden, diese als eigenständig auszuweisen. Zu dieser Einschränkung führten mehrere Gründe fachlicher, methodischer und pragmatischer Art.

Damit ein theoretisch entwickeltes Modell empirisch überprüft werden kann, muss pro Bereich bzw. Aspekt eine bestimmte Anzahl von Aufgaben vorliegen. Dies war unter den gegebenen Rahmenbedingungen für «Grössen und Messen» und «Instrumente und Werkzeuge verwenden» nicht möglich, u.a. auch darum, weil 8-jährige Schülerinnen und Schüler hierzu erst Erfahrungen sammeln und entsprechende Kompetenzen erst aufbauen. Die Testung von 8-jährigen Kindern wäre sehr aufwändig, da eine Reihe von Aufgaben in Einzelsituationen gestellt werden müsste. Dazu waren die Rahmenbedingungen nicht gegeben. Das Konsortium setzte deshalb den Schwerpunkt auf die Ausarbeitung eines Modells mit den Inhaltsbereichen Zahl und Variable und Form und Raum, mit dem Ziel, dieses empirisch validieren zu können. Einzelne Aufgaben, die Kompetenzen im Umgang mit Grössen oder mit Werkzeugen überprüfen, wurden dennoch entwickelt, sie wurden jedoch entweder Zahl und Variable oder Form und Raum zugeordnet. Zu den Kompetenzbereichen «Funktionale Zusammenhänge» sowie «Daten und Zufall» wurden ebenfalls keine Anforderungen formuliert, da diese Thematik den Auftrag, Basisstandards zu entwickeln, sprengen würde.

Auch bezüglich der Handlungsaspekte mussten für das 4. Schuljahr Einschränkungen vorgenommen werden. Insbes. zu denjenigen Aspekten, welche Kommunikation und Reflexion beinhalten, können für das 4. Schuljahr nur sehr beschränkt Leistungsanforderungen formuliert werden, die sich auch zuverlässig messen und bewerten lassen. Achtjährige Schülerinnen und Schüler können sehr wohl ihre Überlegungen formulieren, sie verwenden jedoch in der Regel ihre Alltagssprache und fokussieren oft auf persönliche Erfahrungen und Interpretationen. Das macht es schwierig, solche Denkleistungen zu bewerten. Zudem ist es anspruchsvoll und zeitaufwändig, solche Kompetenzen zu überprüfen, da sich 8-jährige Kinder erst in eingeschränktem Mass schriftlich ausdrücken können.

Weiter stellte sich die Schwierigkeit, einzelne Aufgaben eindeutig einem Handlungsaspekt zuzuordnen. Die Kompetenz, mathematische Probleme zu bearbeiten, befindet sich im Aufbau. Um eine Rechenaufgabe im Sinn von «operieren» lösen zu können, kann die Mathematisierungsfähigkeit einerseits Voraussetzung sein, wird andererseits durch das Operieren aber auch weiter entwickelt. Ähnliches gilt für die Bereiche operieren und explorieren: Die Fähigkeit zum Explorieren (z.B. verschiedene Rechnungen mit dem gleichen Resultat finden) ist eng mit der Fähigkeit zum Operieren und damit auch mit der Mathematisierungsfähigkeit verbunden. Dies zeigte sich auch bei der empirischen Überprüfung des Modells. Das beste empirische Ergebnis wurde durch ein Zusammenführen der genannten Aspekte erreicht.

PRÄSENTATION DER STANDARDS

Die Basisstandards werden im Rahmen von HarmoS sprachregional übergreifend für die verschiedenen Phasen der obligatorischen Schule formuliert:

- Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres
- Basisstandards am Ende des 8. Schuljahr (Ende der Primarschule)
- Basisstandards am Ende des 11. Schuljahr (Ende der Sekundarstufe I).

An dieser Reihenfolge orientiert sich die Präsentation der Basisstandards in den Kapiteln 2, 3 und 4, innerhalb der Kapitel erfolgt eine Gliederung gemäss den acht Handlungsaspekten. Dazu wird je Handlungsaspekt zunächst eine allgemein gehaltene inhaltlich übergreifende Beschreibung des Basisniveaus gegeben, daran schliessen sich die Kompetenzbeschreibungen nach den inhaltlichen Kompetenzbereichen geordnet an. Diese werden jeweils durch kommentierte Aufgabenbeispiele zum Basisstandard illustriert. Im letzten Kapitel werden schliesslich sämtliche vorgeschlagenen Basisstandards ohne weitere Bemerkungen aufgeführt.

LESEHILFE

OPERIEREN UND BERECHNEN | 8. SCHULJAHR	Formulierung des Standards: OPERIEREN UND BERECHNEN: Handlungsaspekt 8. SCHULJAHR gemäss HarmoS = Ende Primarstufe ZAHL UND VARIABLE: Kompetenzbereich
• ...	Konkrete Kompetenzbeschreibungen zur Verdeutlichung der Standards
	Dem Basisstandard entsprechende unterschiedliche Aufgabenbeispiele. Bei den meisten Aufgaben werden prozentuale Angaben zur Lösungshäufigkeit gemacht, die aus der Validierung bei einer national repräsentativen Stichprobe von Schülerinnen und Schülern im Frühjahr 2007 hervorgehen.
	Formulierung des Standards: Handlungsaspekt bezogen auf die Kompetenzbereiche (Gegenstand des Anhörungsprozesses)

---

2 ERLÄUTERUNGEN ZU DEN BASISSTANDARDS AM ENDE DES 4. SCHULJAHRES

Die bis am Ende des 4. Schuljahres zu erreichenden Basisstandards werden in diesem Kapitel mit zusätzlichen Hinweisen und Aufgabenbeispielen erläutert. Diese Erläuterungen zeigen konkret auf, über welche basalen Kenntnisse und Fertigkeiten die Schülerinnen und Schüler bis am Ende der ersten vier Schuljahre in diesem Fach verfügen müssen.

Aufgaben oder Aufgabenauszüge illustrieren einzelne Aspekte eines Basisstandards. Bei den meisten Aufgaben werden prozentuale Angaben zur Lösungshäufigkeit gemacht, die aus der Validierung bei einer kleinen Stichprobe von Schülerinnen und Schülern im Frühjahr 2007 hervorgehen.

2.1 WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN 4. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- **kennen Zahlensymbole und Zahlwörter bis 100,**
- **können kleine Anzahlen ohne Zählen erfassen und die Zahlen von 1 bis 9 auf 10 ergänzen.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- bildlich dargestellte Mengen abzählen (Zahlenraum bis 20),
- sich im Zahlenraum bis 100 orientieren,
- Vorgänger und Nachfolger von Zahlen im Zahlenraum bis 100 bestimmen,
- eine Tabelle lesen und ergänzen.

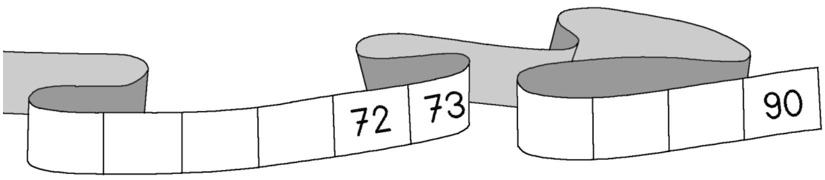
Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- konkrete Objekte abzählen (Zahlenraum bis 100),
- multiplikative Strukturen in Bildern erkennen.

ILLUSTRATION | WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | 4. SCHULJAHR

Zahl und Variable 86% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M2h2u22z



Zahlenband

Schreibe die fehlenden Zahlen in die leeren Felder.

LÖSUNG Alle Werte müssen korrekt sein: 68, 69, 70 und 71, dann 87, 88 und 89.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE An diesem Beispiel kann gesehen werden, ob Zehnerfolgen im Zahlenband bekannt sind, und zwar vor allem, wenn in umgekehrter Richtung vorgegangen werden muss.

BASISSTANDARD | WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- **verstehen relative Angaben zur Raumlage (wie «zwischen», «auf»; «unter», «über», «darunter», «vor», «hinter», «links von», «rechts von») bzw. zur Richtung («links», «rechts», «geradeaus») und können diese Ausdrücke auch selbst korrekt anwenden,**
- **kennen einfache geometrische Figuren (Kreis, Rechteck, Quadrat, Dreieck) und können sie den Fachausdrücken zuordnen.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

- Die Schülerinnen und Schüler kennen einige räumliche und geometrische Fachbegriffe und können sie richtig anwenden (z.B. Unterscheidung Dreieck und Kreis oder oben/unten).

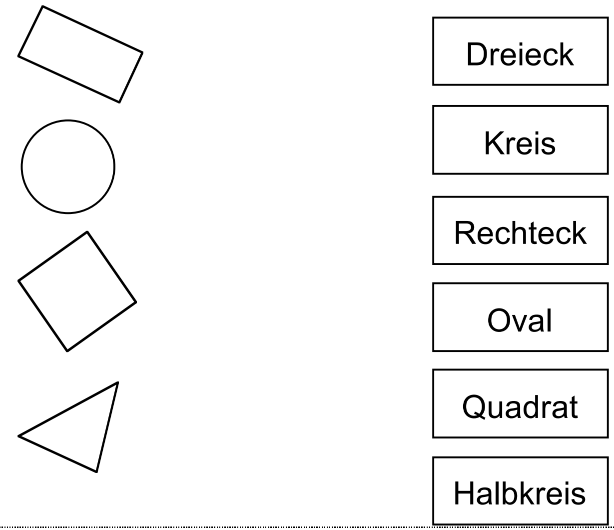
Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

- Die Schülerinnen und Schüler kennen schwierigere räumliche und geometrische Fachbegriffe und können sie richtig anwenden (z.B. Unterscheidung Rechteck, Quadrat oder links/rechts).

Bei diesem Standard handelt es sich um Anforderungen, die im Modell formuliert wurden, die jedoch nur mit wenigen Items überprüft werden konnten. Die Beschreibung erfolgt deshalb weniger differenziert als bei den validierten Standards und die Unterscheidung zwischen verschiedenen Niveaus basiert auf Annahmen.

ILLUSTRATION | WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | 4. SCHULJAHR

Form und Raum 96% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M2h2g04z



Formen

Verbinde die Formen

mit den richtigen Namen.

LÖSUNG Basisniveau: mindestens 2 Formen korrekt verbunden.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE An diesem Beispiel kann gesehen werden, ob elementare geometrische Figuren erkannt und mit ihren mathematischen Namen verbunden werden können. Die Aufgabenschwierigkeit variiert von einer Landessprache zur anderen.

2.2 OPERIEREN UND BERECHNEN 4. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | OPERIEREN UND BERECHNEN | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- **können Additions-, Subtraktions- und Ergänzungsrechnungen im Zahlenraum bis Hundert ausführen und dabei bei Bedarf das Kommutativ- oder Assoziativgesetz nutzen,**
- **können Zahlen additiv zerlegen, halbieren und verdoppeln und nummerische Strukturen erkennen.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- im Zahlenraum bis 20 oder mit Zehnerzahlen bis 100 addieren, subtrahieren, verdoppeln und halbieren (ohne abzählen; dies wurde durch folgende Massnahmen in Einzeltestungen kontrolliert: Beobachtung von Fingerzählen oder Lippenbewegungen, Erfassen der Rechengeschwindigkeit, Erfragen des Lösungsweges),
- im Zahlenraum bis 100 auf den nächsten Zehner ergänzen,
- bis 100 (in Einerschritten) zählen,
- Ausschnitte der Zahlenreihe (bis 20) ergänzen.

Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können im Zahlenraum bis 100

- ohne Zehnerübergang addieren und subtrahieren ohne abzählen,
- mit/ohne Zehnerübergang verdoppeln und halbieren,
- auf beliebige Zehner ergänzen,
- in Einer- oder Zehnerschritten vorwärts- und rückwärts zählen; in Zweierschritten rückwärts zählen,
- Ausschnitte der Zahlenreihe bis 100 ergänzen,
- Informationen in Tabellen zueinander in Beziehung setzen.

ILLUSTRATION | OPERIEREN UND BERECHNEN | 4. SCHULJAHR

Zahl und Variable 96% (für die Zahl 12), bzw. 91% (für 40) Lösungshäufigkeit im Test 2007 M2h5n47b

Zahl	20	6	12	40	34	50	*Halbieren* Halbiere die Zahlen in der Tabelle.
die Hälfte	10	3	……	……	……	……	

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE An diesem Beispiel kann gesehen werden, ob eine Operation im Sinne von „die Hälfte von ...“, dargestellt mit den Beispielen 20 und 6 verstanden wurde, und auf weitere Aufgaben übertragen werden kann.

BASISSTANDARD | **OPERIEREN UND BERECHNEN** | 4. SCHULJAHR

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- **können einfache geometrische Figuren miteinander vergleichen,**
- **können einfache geometrische Figuren mit Hilfe eines Rasters reproduzieren oder ergänzen (drehen, verkleinern, vergrössern) oder translativ bzw. spiegelsymmetrisch fortsetzen,**
- **können komplexere Figuren zerlegen und wieder (neu) zusammensetzen.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- eine Folge mit einfachen geometrischen Figuren fortsetzen,
- ein Raster verwenden, um Streckenzüge zu zeichnen.

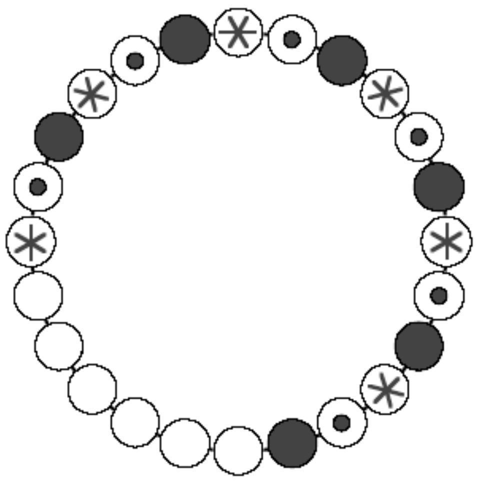
Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- Figuren mit Hilfe eines Rasters verschieben, spiegeln oder drehen,
- Figuren unabhängig von ihrer Lage im Raum erkennen,
- ein Raster verwenden, um vorgegebene Figuren zu zeichnen.

ILLUSTRATION | OPERIEREN UND BERECHNEN | 4. SCHULJAHR

Form und Raum 92% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M2h1g08z



Halskette

Die Kette hat ein Muster.

Zeichne die Kette fertig.

LÖSUNG Des Ausschnitt des Musters wird zweimal nacheinander korrekt gezeichnet.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE An diesem Beispiel kann gesehen werden, ob eine Folge von Figuren und ihre Kontinuität erkannt werden.

2.3 INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN 4. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | **INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN** | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- **können mathematische Veranschaulichungen (z.B. Hundertertafel) und Tabellen lesen und nutzen,**
- **können Gruppierungen zum Zählen von Objekten nutzen.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- eine einfache Tabelle (z.B. 2 Spalten und 3 Zeilen) lesen oder ausfüllen;
- die dezimale Anordnung von Zahlen in entsprechenden Tabellen (z.B. Hundertertafel) erkennen und nutzen.

Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- eine Tabelle mit höheren Anforderungen (mehr Zeilen/Spalten) lesen oder ausfüllen.

Bei diesem Standard handelt es sich um Anforderungen, die im Modell formuliert wurden, die jedoch nur mit wenigen Items überprüft werden konnten. Die Beschreibung erfolgt deshalb weniger differenziert als bei den validierten Standards und die Unterscheidung zwischen verschiedenen Niveaus basiert auf Annahmen.

ILLUSTRATION | INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN | 4. SCHULJAHR

Instrumente und Werekezeuge verwenden 96% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M2h3n29a

Etuis

Sara hat 3 Bleistifte
2 Farbstifte
1 Gummi

Laura hat sechs Farbstifte
drei Bleistifte
keinen Gummi

Tim hat einen Gummi
acht Farbstifte
drei Bleistifte

Schreibe in die Tabelle hinein, was jedes Kind in seinem Etui hat:

	Bleistifte	Farbstifte	Gummi
Sara			
Laura			
Tim			

KRITERIUM Für eine korrekte Lösung mussten die Angaben von zwei Kindern (z.B. Sara und Laura) korrekt in die Tabelle eingetragen werden.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE An diesem Beispiel kann gesehen werden, wie Schülerinnen und Schüler mit einer Doppeltabelle umgehen.

BASISSTANDARD | **INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN** | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- **können mit geeigneten Hilfsmitteln Längen vergleichen,**
- **können Raster verwenden, um Figuren zu ergänzen, nachzuzeichnen, zu verkleinern oder zu vergrössern.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- einen Bleistift zum Vergleichen von Längen benutzen;
- zwei Längen miteinander vergleichen;
- ein Raster verwenden, um eine Strecke mit einer bestimmten Länge zu zeichnen.

Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

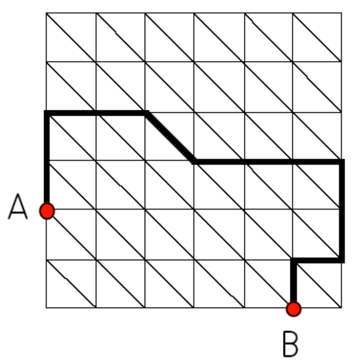
Die Schülerinnen und Schüler können

- ein Lineal zum Vergleichen von Längen verwenden;
- mehrere Längen miteinander vergleichen;
- ein Raster verwenden, um Formen zu vergrössern oder zu verkleinern.

Bei diesem Standard handelt es sich um Anforderungen, die im Modell formuliert wurden, die jedoch nur mit wenigen Items überprüft werden konnten. Die Beschreibung erfolgt deshalb weniger differenziert als bei den validierten Standards und die Unterscheidung zwischen verschiedenen Niveaus basiert auf Annahmen.

ILLUSTRATION | INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN | 4. SCHULJAHR

Form und Raum 93% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M2h3g03z



Der kürzeste Weg

Der gezeichnete Weg ist lang.

Zeichne einen kürzeren Weg von A nach B.

LÖSUNG Korrekt ist der von der Schülerin / vom Schüler gezeichnete Weg, wenn er kürzer ist als der vorgegebene fett gedruckte Weg.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE An diesem Beispiel kann gesehen werden, ob die Schülerin / der Schüler das Raster benutzt und zum Zeichnen eines Wegs verwenden kann. Zudem muss die Anzahl der Teilstrecken, die einen Weg bilden, berücksichtigt werden. Dies hilft, erste Kompetenzen im Bereich „Grössen und Masse“ zu beobachten.

2.4 DARSTELLEN UND FORMULIEREN 4. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | DARSTELLEN UND FORMULIEREN | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- **können ihre Lösungen und Lösungswege so beschreiben oder darstellen, dass sie für andere Kinder verständlich sind,**
- **können entsprechende Darstellungen und Beschreibungen anderer Kinder nachvollziehen.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- eine Operation oder eine Rechnung im Zahlenraum bis 20 oder mit Zehnerzahlen bis 100 zur Lösung eines Problems aufschreiben,
- einem anderen Kind den eigenen Lösungsweg erklären,
- anhand der Erzählung oder Notation den Lösungsweg eines anderen Kindes nachvollziehen.

ILLUSTRATION | DARSTELLEN UND FORMULIEREN | 4. SCHULJAHR

Zahl und Variable

Im Rahmen von HarmoS konnten keine Aufgaben entwickelt werden, um diese Kompetenz zu prüfen.
Dazu müssten Einzeltestungen und eine direkte Interaktion zwischen Schülerin / Schüler und Testleiterin / Testleiter möglich sein.

BASISSTANDARD | **DARSTELLEN UND FORMULIEREN** | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- **können mündlich geometrische Figuren und Muster sowie Abweichungen von Regelmässigkeiten beschreiben.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- eine Abweichung in einem Muster erkennen und mündlich beschreiben.

Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- eine oder mehrere Abweichungen in einem Muster erkennen und mündlich beschreiben.

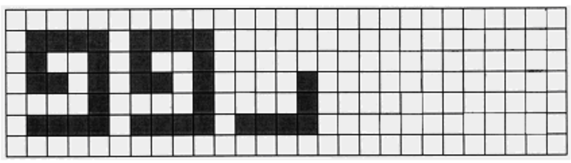
Bei diesem Standard handelt es sich um Anforderungen, die im Modell formuliert wurden, die jedoch nur mit wenigen Items überprüft werden konnten. Die Beschreibung erfolgt deshalb weniger differenziert als bei den validierten Standards und die Unterscheidung zwischen verschiedenen Niveaus basiert auf Annahmen.

ILLUSTRATION | DARSTELLEN UND FORMULIEREN | 4. SCHULJAHR

Form und Raum Beispiel, das mit einzelnen Schülerinnen und Schüler getestet wurde M78G20a

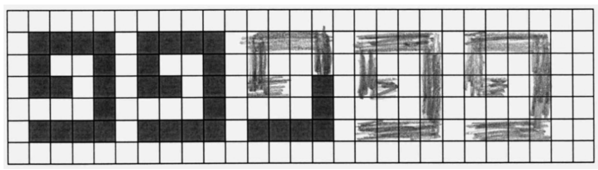
Muster

Zeichne das Muster weiter.

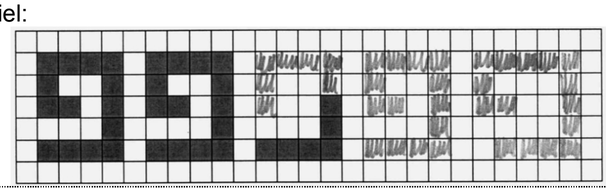


Wer hat das Problem gut gelöst? Wieso?

Sara:



Daniel:



CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe wurde beim mündlichen Test mit einzelnen Schülerinnen und Schüler durchgeführt. Die Schülerin / der Schüler erklärt die Regelmässigkeit eines Musters mehr durch Zeigen als durch Erklären. Das Erklären einer Unregelmässigkeit beschränkt sich oft auf das Zeigen des Häuschens, das als abweichend wahrgenommen wird oder das Zeigen auf die Häuschen, die angefärbt werden müssten.

2.5 MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN 4. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- **können einfache Probleme in Sachsituationen durch den Einsatz arithmetischer Mittel (Addition, Subtraktion) lösen (z.B. in Situationen, die durch Vergleichs-, Kombinations- und Austausch-Aufgaben beschrieben werden).**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- im Zahlenraum bis 20 oder bei den Zehnerzahlen bis 100 einschrittige Kombinations- oder Austausch-Aufgaben lösen.

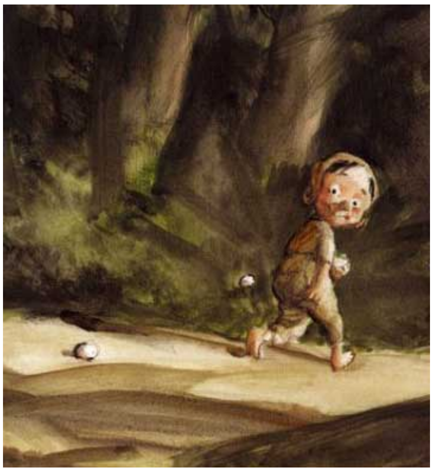
Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- Vergleichsaufgaben oder mehrschrittige Kombinationsaufgaben lösen,
- Zahlenfolgen im Hundertersraum fortsetzen (Schrittgrösse höchstens 10),
- die Regel in einer einfachen Aufgabenserie im Zahlenraum bis 20 erkennen und fortsetzen,
- zu bildlich dargestellten Divisionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 eine Lösung finden.

ILLUSTRATION | MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | 4. SCHULJAHR

Zahl und Variable 89% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M2h1n51b



Däumling

Däumling sammelt 26 Steinchen.
Davon legt er 12 auf den Weg.

Wie viele Steinchen bleiben ihm, wenn er zu Hause ankommt?

Schreibe deine Rechnung auf:

____

KRITERIUM Die Schülerin oder der Schüler notiert eine korrekte Rechnung (z.B. 26 - 12 oder 12 + 14).

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Das Beispiel illustriert, wie eine einschrittige Austauschaufgabe gelöst wird.

BASISSTANDARD | **MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN** | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- **können unter Verwendung der Forminvarianz geometrische Aufgaben lösen, die eine räumliche Transformation erfordern.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- einfache Muster weiterführen (z.B. Linienmuster ohne Überkreuzungen, einfache Bandornamente);
- Spiegelsymmetrien erkennen.

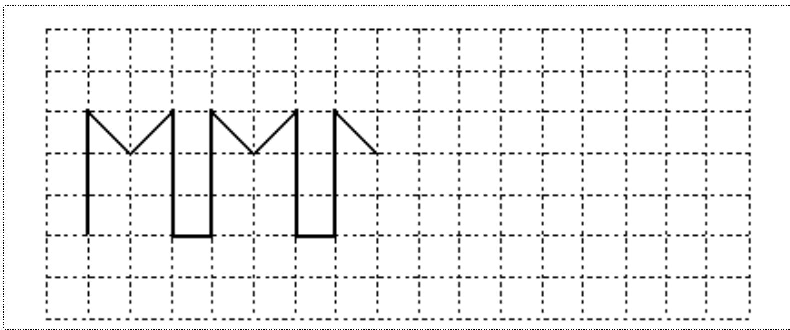
Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- komplexe Muster weiterführen oder fehlende Teile ergänzen (z.B. Linienmuster mit Überkreuzungen, Flächenmuster),
- Figuren spiegelsymmetrisch ergänzen,
- die Grösse von gezeichneten Körpern vergleichen,
- aus geometrischen Formen eine vorgegebene Form zusammensetzen.

ILLUSTRATION | MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | 4. SCHULJAHR

Form und Raum, Beispiel 1 96% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M2h3g11a



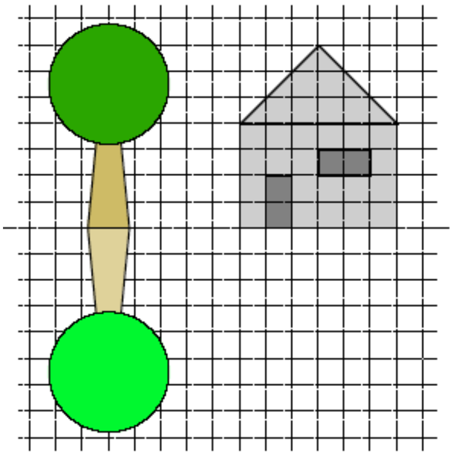
Muster

Zeichne das Muster weiter.

LÖSUNG Das Muster muss richtig ergänzt und die Häuschenstruktur genutzt werden.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Dieses erste Beispiel illustriert, wie die Schülerin / der Schüler die Kontinuität in einem vorgegebenen Muster erkennt und weiter führt.

Form und Raum, Beispiel 2 97% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M2h1g11a20zF



Spiegelbild

Der Baum wird im Wasser gespiegelt.

Zeichne das Spiegelbild vom Haus.

KRITERIUM Mit zwei korrekten Formen (z.B. Dach und Hauswand oder Hauswand und Fenster) wird gezeigt, dass das Symmetrie-Prinzip erkannt wurde.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Schülerinnen und Schüler zeichnen das Bild auf der Grundlage eines intuitiven Symmetrieverständnises, ohne dass die Spiegelsymmetrie behandelt worden ist.

2.6 ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN 4. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | **ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN** | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- **können Vermutungen äussern, wie Rechnungen und bildhaft dargestellte Situationen zusammenhängen.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- im Zahlenraum bis 20 Rechnungen aufschreiben, die zum Lösen von Kombinations- und Austausch-Aufgaben verwendet werden.

Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

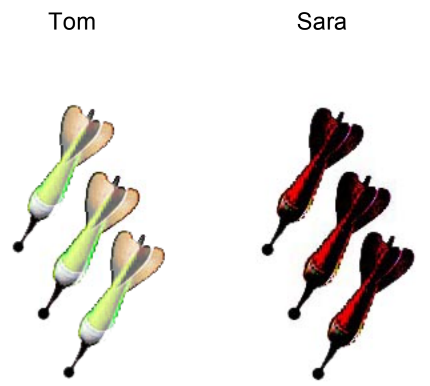
Die Schülerinnen und Schüler können

- im Zahlenraum bis 100 Rechnungen aufschreiben, die zum Lösen von Vergleichs- oder mehrschrittigen Kombinationsaufgaben verwendet werden.

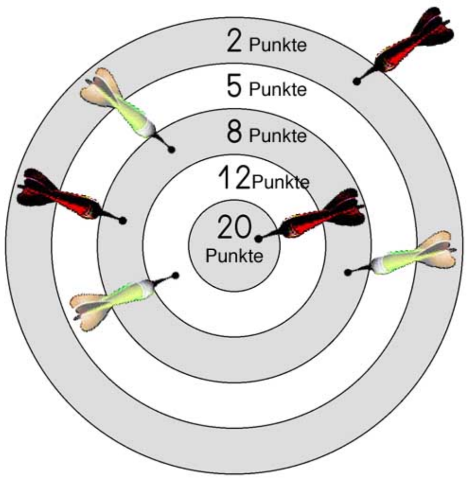
ILLUSTRATION | ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN | 4. SCHULJAHR

Zahl und Variable Beispiel, das mit einzelnen Schülerinnen und Schüler getestet wurde

Pfeile



Wie viele Punkte hat Sara mehr als Tom ?



LÖSUNG z.B. Sara hat 30 Punkte, Tom hat nur 28, oder Sara hat 2 Punkte mehr.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Schülerin / der Schüler muss erklären, wie er/sie zur Lösung der Aufgabe vorgeht, bzw. die passende Rechnung aufschreiben.

BASISSTANDARD | **ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN** | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- **können Unregelmässigkeiten oder einen Fehler in einem Muster erkennen und mündlich beschreiben.**

Dieser Standard ist dem nächsten Handlungsaspekt „Interpretieren und Reflektieren der Resultate" im Bereich „Geometrie" sehr ähnlich. Erklärungen und Illustrationen werden dort gegeben.

2.7 INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE 4. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- **können gefundene Lösungen zu arithmetischen Aufgaben überprüfen, wenn sie explizit dazu aufgefordert werden.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- im Zahlenraum bis 20 oder mit Zehnerzahlen bis 100 das eigene Resultat überprüfen, wenn sie dazu aufgefordert werden,
- bei einer entsprechenden Aufforderung entscheiden, ob ein gegebenes Resultat eine richtige Lösung darstellt.

Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- im Zahlenraum bis 100 oder bei Operationen ohne Zehnerübergang ihr Resultat überprüfen, indem sie unter mehreren Werten denjenigen/diejenigen auswählen, mit dem/denen eine bestimmte Aufgabe gelöst werden kann.

ILLUSTRATION | INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | 4. SCHULJAHR

Zahl und Variable

Im Rahmen von HarmoS konnten keine Aufgaben entwickelt werden, um diese Kompetenz zu prüfen.
Dazu müssten Einzeltestungen und eine direkte Interaktion zwischen Schülerin / Schüler und Testleiterin / Testleiter möglich sein.

BASISSTANDARD | **INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DES RESULTATE** | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- **können Unregelmässigkeiten oder einen Fehler in einem Muster erkennen und mündlich beschreiben.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- eine Abweichung in einem Teil eines Musters erkennen und sie mündlich erklären.

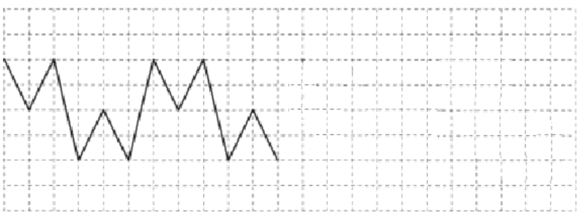
Bei diesem Standard handelt es sich um Anforderungen, die im Modell formuliert wurden, die jedoch nur mit wenigen Items überprüft werden konnten. Die Beschreibung erfolgt deshalb weniger differenziert als bei den validierten Standards und die Unterscheidung zwischen verschiedenen Niveaus basiert auf Annahmen.

ILLUSTRATION | INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | 4. SCHULJAHR

Form und Raum Beispiel, das mit einzelnen Schülerinnen und Schüler getestet wurde M76G17a

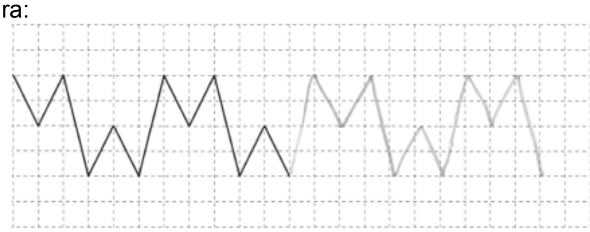
Muster

Zeichne das Muster weiter.

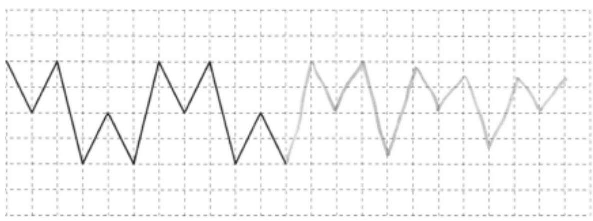


Wer hat das Problem gut gelöst?

Sandra:



Pierre:



CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe wurde mit einzelnen Schülerinnen und Schülern in einem mündlichen Test durchgeführt. Die Erklärungen sahen oft so aus, dass die Kinder auf die Stelle zeigten, in der das Muster von der korrekten Lösung abwich.

2.8 ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN 4. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | **ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN** | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- **können Probleme durch systematisches Ausprobieren oder durch das Sammeln verschiedener Lösungsmöglichkeiten bearbeiten.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- im Zahlenraum bis 20 oder mit Zehnerzahlen bis 100 mit einfachen Zahlen experimentieren und damit eine Lösung zu einer Aufgabe finden.

Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit Zahlen bis 100 experimentieren und zu einer Aufgabe mehrere Lösungen finden.

ILLUSTRATION | ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN | 4. SCHULJAHR

Zahl und Variable 84% Lösungshäufigkeit (für die Zahl 70) im Test 2007 M2h1n35x

Verschiedene Rechnungen Beispiel: 100 = 80 + 20 100 = 50 + 30 + 20 100 = 50 + 30 + 14 + 6	Finde selber solche Rechnungen mit 70 : 70 = ……….. + ……….. 70 = ……….. + ……….. + ……….. 70 = ……….. + ……….. + ……….. + ………..

KRITERIUM Alle Zerlegungen sind korrekt, unabhängig vom Anspruchsniveau der Zerlegung.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Dieses Beispiel illustriert die Zerlegung einer vorgegebenen Zahl. Die Zerlegungen variieren von einer/m Schüler/in zur/m anderen stark, einige Kinder wählten Darlegungen mit einfachen Zahlen, andere Kinder wählten anspruchsvolle Zerlegungen.

BASISSTANDARD | **ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN** | MATHEMATIK | 4. SCHULJAHR

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- **können Aufgaben durch systematisches Ausprobieren oder durch das Sammeln verschiedener Lösungsmöglichkeiten bearbeiten.**

Kenntnisse und Fähigkeiten, die dem Niveau des Basisstandards am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler

- können eine einfache und bekannte Form (Kreis, Dreieck, Quadrat) durch das Zusammensetzen von vorgegebenen Formen herstellen.

Kenntnisse und Fähigkeiten, die einem erhöhten Niveau am Ende des 4. Schuljahres entsprechen:

Die Schülerinnen und Schüler

- können eine gezeichnete Form durch das Zusammensetzen von vorgegebenen Formen herstellen (Tangram).

Bei diesem Standard handelt es sich um Anforderungen, die im Modell formuliert wurden, die jedoch nur mit wenigen Items überprüft werden konnten. Die Beschreibung erfolgt deshalb weniger differenziert als bei den validierten Standards und die Unterscheidung zwischen verschiedenen Niveaus basiert auf Annahmen.

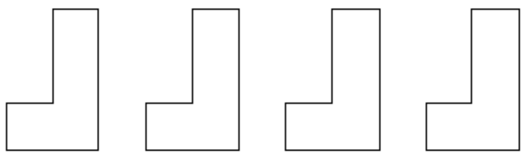
ILLUSTRATION | ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN | 4. SCHULJAHR

Form und Raum Beispiel, das mit einzelnen Schülerinnen und Schüler getestet wurde M80G23

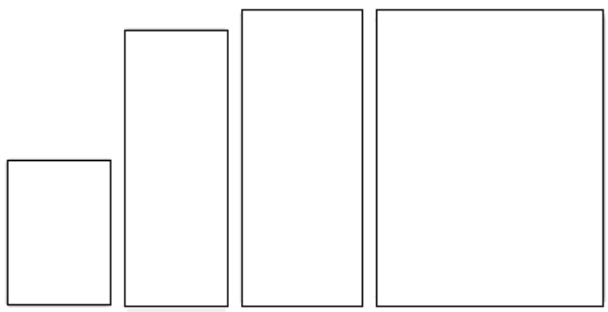
Ein Rechteck herstellen

Der Schülerin/dem Schüler werden gemischte Formen vorgegeben;
Sie/er muss daraus ein Rechteck herstellen.

a)



b)



CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe wurde mit einzelnen Schülerinnen und Schülern in einem mündlichen Test ausgeführt. Die Aufgabe konnte durch Ausprobieren bzw. Explorieren mit Formen aus Karton gelöst werden.

3 ERLÄUTERUNGEN ZU DEN BASISSTANDARDS AM ENDE DES 8. SCHULJAHRES

(ENDE PRIMARSTUFE)

Die bis am Ende des 8. Schuljahres zu erreichenden Basisstandards werden in diesem Kapitel mit zusätzlichen Hinweisen und Aufgabenbeispielen erläutert. Diese Erläuterungen zeigen konkret auf, über welche basalen Kenntnisse und Fertigkeiten die Schülerinnen und Schüler bis am Ende der Primarstufe in diesem Fach verfügen müssen.

Aufgaben oder Aufgabenauszüge illustrieren einzelne Aspekte eines Basisstandards. Bei den meisten Aufgaben werden prozentuale Angaben zur Lösungshäufigkeit gemacht, die aus der Validierung bei einer national repräsentativen Stichprobe von Schülerinnen und Schülern im Frühjahr 2007 hervorgehen.

3.1 WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN — 8. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | MATHEMATIK | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können einzelne geläufige mathematische Elemente (Operationen, Formen, Körper, Masszahlen, Bruchzahlen, Terme, Tabellen u.a.m.) sowie einfache Strukturen in Sachverhalten erfassen und beschreiben. Sie sind fähig, einzelne geläufige mathematische Elemente zu identifizieren, zu benennen und zu übertragen und verstehen die Bedeutung geläufiger Symbole. Sie können einfache Sachverhalte und Operationen zu bekannten Kontexten beschreiben.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden algebraisch-arithmetische Fachausdrücke (u.a.: «Addition», «Subtraktion», «Multiplikation», «Division», «Summand», «Faktor», «Summe», «Differenz», «Produkt», «Quotient», «Rest», «Teiler», «Vielfache») und Symbole (=, ≠, <, ≤, >, ≥, +, –, •, :, ()),
- kennen einfache Teilbarkeitsregeln und können natürliche Zahlen und Dezimalzahlen lesen, schreiben und ordnen, sowie die Dezimalschreibweise (Stellenwertsystem) erläutern.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden geometrische Grundbegriffe (Punkt, Strecke, Winkel, Parallele, Durchmesser, Umfang, Symmetrieachse, Diagonale, Senkrechte, Dreieck, Rechteck, Quadrat, Kreis, Fläche, Würfel) und Symbole (Zeichen für rechten Winkel),
- können die Bedeutung von Skizzen und Zeichnungen zu geometrischen Sachverhalten abschätzen und erläutern.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen die Fachausdrücke und Abkürzungen für Grössen (u.a.: Geld, Längen, Flächen, Gewicht/Masse, Zeit, Hohlmasse),
- können zu Grundeinheiten konkrete Beispiele nennen und das System der dezimalen Masseinheiten erklären.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- sind mit funktionalen Zuordnungen vertraut (auch wenn sie noch nicht über eine exakte Beschreibung oder Definition von Funktionen verfügen),
- können Eigenschaften von linearen und proportionalen Verhältnissen in nummerischen und graphischen Kontexten erkennen.

DATEN UND ZUFALL

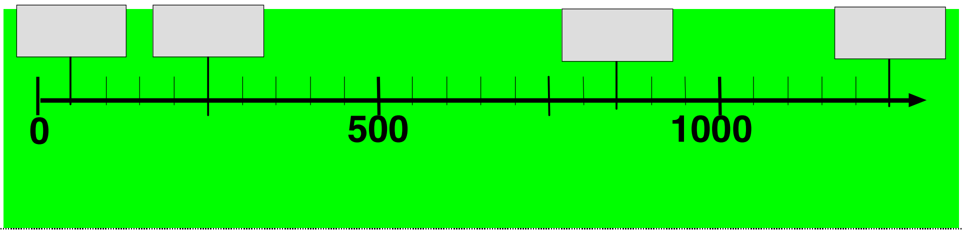
Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden einzelne Fachausdrücke der Statistik («Mittelwert», «Kreisdiagramm», «Balkendiagramm», «Säulendiagramm»),
- können entsprechende Angaben und Darstellungen lesen und Auskunft über die Daten geben, die Diagrammen und Tabellen zugrunde liegen.

ILLUSTRATIONEN | WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | MATHEMATIK | 8. SCHULJAHR

Zahl und Variable

68% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M61901.2



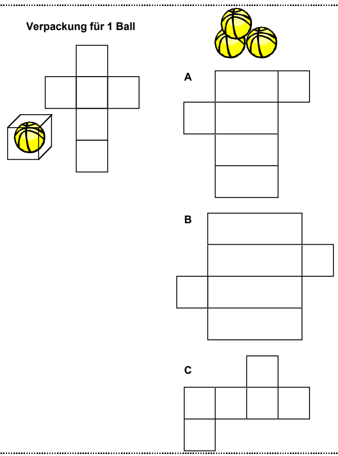
Schreibe die entsprechenden Zahlen in die Kästchen.

LÖSUNG 50, 250, 850, 1250

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Der Zahlenstrahl dient in allen Klassen der Volksschule zur geordneten Darstellung von Zahlen und zur Illustration von Grössenordnungen. Im vorliegenden Zahlenstrahl muss zuerst die Schrittgrösse 50 bestimmt werden. Die gesuchten Zahlen werden gefunden, indem in 50er-Schritten gezählt und die entsprechenden Zahlen in die Kästchen notiert werden.

Form und Raum

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Welche Verpackung ist für 3 Bälle geeignet?

Kreuze die entsprechende Verpackung an.

O A
O B
O C

LÖSUNG Verpackung B

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe testet, inwiefern die Zeichnungen bzw. die Quadernetze mit dem Sachverhalt (Verpackung für 3 Kugeln) in Verbindung gebracht werden können. Dabei sind erste Erfahrungen mit Quadernetzen Voraussetzung. Im Wesentlichen geht es darum, die Breite der Verpackung so zu bestimmen, dass drei Bälle nebeneinder Platz finden – eine Aufgabe, die viele Lernende nach Augenmass lösen können.

Grössen und Masse

64% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M62006

A ☐	Länge eines Kugelschreibers	D ☐	Höhe eines Tisches
B ☐	Länge eines Autos	E ☐	Breite eines Zimmers
C ☐	Höhe einer A4-Seite	F ☐	Breite einer Matratze

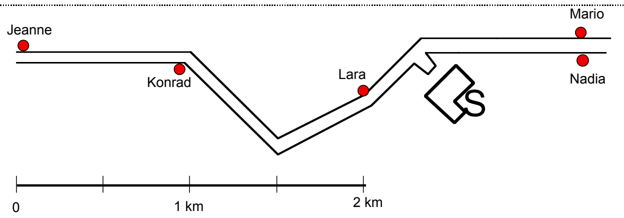
Welche beiden Längen können etwa 1 m betragen?

LÖSUNG D und F

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Tragfähige Vorstellungen zu den gebräuchlichsten Masseinheiten sind wichtig für ein Verständnis zahlenhaltiger Texte oder für eine Diskussion über Gegenstände. Sie können getestet werden, indem zu einfachen Masszahlen Beispiele gesucht werden. Die Länge «1 m» kann etwa in Beziehung zur eigenen Körpergrösse oder zu einem grossen Schritt gebracht werden – und mit den einzelnen Items verglichen werden.

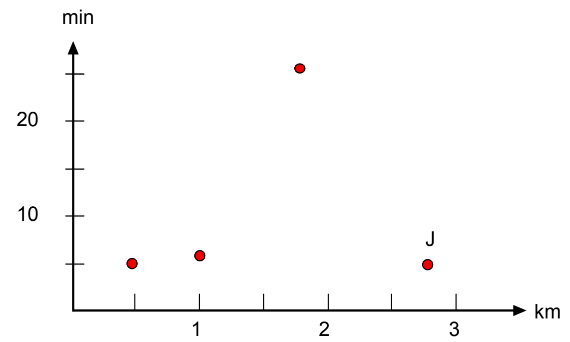
Funktionale Zusammenhänge

68% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M60401



Jeanne, Konrad, Lara, Mario und Nadia gehen zur selben Schule (S).

Diese Information kannst du auch vom Punkt J (siehe rechts) ablesen.



Die drei weiteren Punkte zeigen, wie lange Konrad, Lara und Mario für ihre Schulwege brauchen. Welcher Punkt steht für welches Kind? Schreibe die Punkte mit K, L und M an!

LÖSUNG Von links nach rechts: L, M, K

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lösung der Aufgabe fordert das Erkennen von einfachen Zusammenhängen (Weg, Zeit) in einem graphischen Kontext . Die Lernenden lesen Distanzen vom Plan ab und übertragen sie auf die km-Achse des Koordinatensystems. Die für den Schulweg benötigte Zeit wurde bei weiteren Aufgaben der entsprechenden Testserie genutzt und spielt in dieser Aufgabe keine Rolle. Von Lernenden ohne Erfahrung im Umgang mit entsprechenden Darstellungen ist zuerst ein Mathematisierungsprozess (→ Mathematisieren und Modellieren) gefordert.

Daten und Zufall

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

	Programm			
	Sport	Filme	Shows	Doku
Anja				
Bastian	x	x		
Corinne		x		
Dieter	x	x	x	x
Estelle		x	x	
Franco	x	x		x
Graziella	x	x		
Joshua	x		x	
Kerstin		x		
Ludovic		x		
Murielle	x	x	x	

5 Kinder schauen sowohl Sportsendungen als auch Filme. Wer schaut sowohl Shows als auch Doku (Dokumentarsendungen)?

LÖSUNG 1 (Kind) oder Dieter

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden lesen bei der Lösung der Aufgabe die abgebildete Tabelle und geben dazu Auskunft. Für Lernende, die mit dem Verständnis der Aufgabe Schwierigkeiten bekunden, lohnt sich eine Diskussion über die Aussagen, die aufgrund der Tabelle gemacht werden können («nicht», «und», «sowohl als auch», «entweder oder», «nur»).

3.2 OPERIEREN UND BERECHNEN 8. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | OPERIEREN UND BERECHNEN | MATHEMATIK | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können in einem bekannten und klar strukturierten Kontext einfache Berechnungen oder geometrische Operationen durchführen, die nur einen Teilschritt erfordern. Die Teilschritte sind vorgegeben oder von der Primarschule her vertraut. Sie können Ergebnisse von Operationen abschätzen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Addition und Subtraktion mit natürlichen Zahlen und endlichen Dezimalzahlen sowie Multiplikationen und Divisionen natürlicher Zahlen mit insgesamt höchstens 5 Wertziffern mündlich oder halbschriftlich durchführen,
- können Resultate von komplexeren Rechnungen schätzen und Zahlen runden,
- können Rechengesetze zur vereinfachten Berechnung nutzen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können sich im Raum orientieren,
- können die Lage und Lageveränderung (verschieben, drehen, kippen, spiegeln) von Objekten in der Ebene und im Raum erkennen und beschreiben,
- können einfache geometrische Figuren und regelmässige geometrische Muster (Ornamente, Parkette) skizzieren und zeichnen sowie Vielecke in einfache Grundfiguren (Dreieck, Rechteck, Quadrat) zerlegen,
- können den Umfang und Fläche von Figuren (Rechtecke mit ganzzahligen Seitenlängen) bestimmen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Berechnungen mit Grössen (Geld, Längen, Flächen, Gewicht/Masse, Zeit, Hohlmasse) durchführen,
- können Grössen miteinander vergleichen, messen, schätzen und runden.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können einfache Gesetzmässigkeiten erkennen, Zahlenfolgen fortsetzen, Wertetabellen ergänzen bzw. einfache Berechnungen zu Proportionalitäten durchführen,
- können Punkte und einfache Graphen in einem Koordinatensystem qualitativ deuten,
- können graphische Darstellungen von einfachen Funktionen ergänzen oder vervollständigen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können bei vorgegebenen Messdaten den Mittelwert bestimmen, Tabellen, Säulen- und Balkendiagramm ausfüllen und ergänzen,
- können die richtigen Operationen zur Beantwortung einer einfachen statistischen Fragestellung ausführen.

ILLUSTRATIONEN | OPERIEREN UND BERECHNEN | 8. SCHULJAHR

Zahl und Variable

67% Lösungshäufigkeit im Test M60507

A	☐	45
B	☐	450
C	☐	4'500
D	☐	45'000
E	☐	450'000
F	☐	4'500'000

Wie viele Tage alt bist du ungefähr?

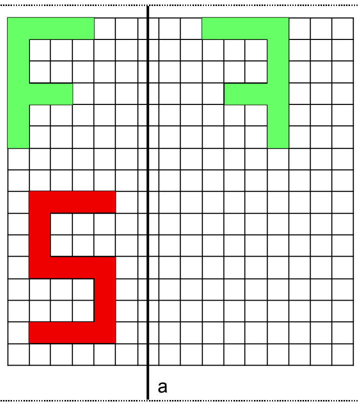
Schätze und kreuze die entsprechende Anzahl Tage an.

LÖSUNG C 4'500

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe fordert eine Multiplikation natürlicher Zahlen sowie das Abschätzen bzw. Runden von Grössenordnungen. Da die Antwortoptionen sich jeweils um den Faktor 10 unterscheiden, lässt sich feststellen, dass «450 Tage» als Antwort sicher zu wenig und «45 000 Tage» zu viel sind. Die Antwort lässt sich daher durch Ausschlussverfahren oder durch Überschlagen (z.B. etwa 12 * 400) finden. Beide Methoden setzen den Umgang mit Stellenwerten sowie die Kenntnis der Anzahl Tage in einem Jahr voraus.

Form und Raum

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



«F» wurde an der Spiegelachse a gespiegelt.

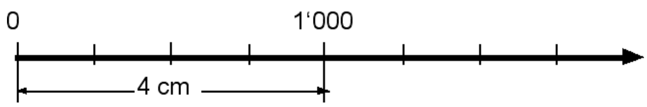
Spiegle auch «S» an der Spiegelachse a.

KRITERIUM Abweichungen der Bildfigur um 1 Häuschen nach links oder rechts sowie eine horizontale Balkenlänge von 3 oder 5 Häuschen werden als korrekt gezählt.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe fordert auf, eine einfache Lageveränderung (Spiegelung) durchzuführen, wobei die Lösung durch das Beispiel zusätzlich angeregt wird. Die bei der Lösung angegebene Fehlertoleranz sowie die eingezeichneten Linien vereinfachen die Aufgabe zusätzlich.

Grössen und Masse, Beispiel 1

62% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M61706



Wie lang wären auf diesem Zahlenstrahl die Strecken von:

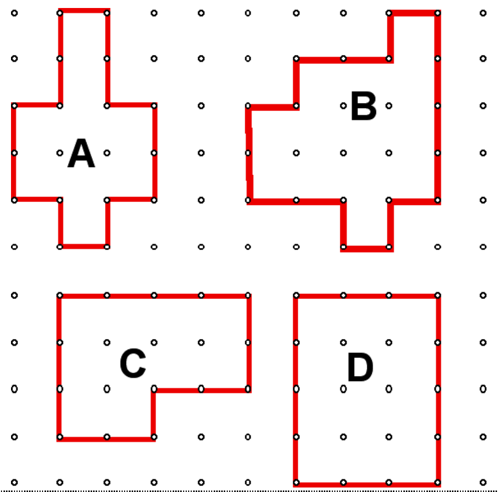
A 0 bis 2'500?

B 0 bis 100'000?

LÖSUNG A 10 cm (1 dm / 0.1 m) und B 400 cm (40 dm / 4 m) mindestens eine Lösung wird erwartet

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe lässt sich auch dem Kompetenzaspekt «Funktionale Zusammenhänge» zuordnen. Die Schülerin / der Schüler vergleicht eine Länge mit einer Zahl und bestimmt die entsprechende Länge für eine andere Zahl.

Grössen und Masse, Beispiel 2 59% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M60901



Die Figur mit dem grössten Umfang ist:

A
B
C
D

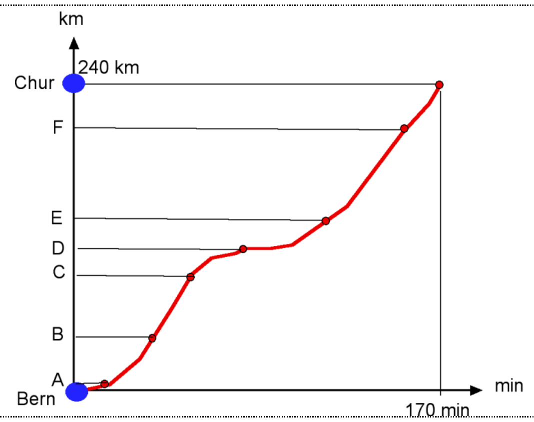
Die Figur mit dem grössten Flächeninhalt ist:

A
B
C
D

LÖSUNG B / B

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Schülerin / der Schüler vergleicht die Längen und die Flächen von 4 Figuren. Es hat sich gezeigt, dass das Auszählen solcher Figuren bei einigen Lernenden noch fehleranfällig ist. Man kann bei Schwierigkeiten die Lernenden auffordern, die Fläche und den Umfang einer der vier Figuren zu bestimmen. Als Einheitsstrecke wird der Abstand zwischen zwei Rasterpunkten definiert, als Einheitsfläche das Quadrat zwischen vier Rasterpunkten.

Funktionale Zusammenhänge, Beispiel 1 72% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M62505



Wenn es von Bern nach Chur etwa 240 km sind, dann sind es von F nach Chur etwa:

A 30 km
B 70 km
C 110 km
D 140 km

LÖSUNG A 30 km

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden deuten einen einfachen Weg-Zeit-Graphen, wobei bei dieser Aufgabe eine Orientierung auf der y-Achse ausreichend ist. Wenn die Angaben richtig interpretiert werden, kann die Lösung abgeschätzt oder aber mit Messen einzelner Abschnitte bestimmt werden – beides setzt proportionales Denken voraus.

Funktionale Zusammenhänge, Beispiel 2 67% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M60101.2

1 kg Aprikosen kostet 5 Fr. 0.5 kg kosten 2.50 Fr.
Ergänze die drei fehlenden Preise!

kg	Fr.
1	5.00
0.5	2.50
5	……
5.5	……
4.5	……

LÖSUNG 25.00, 27.50, 22.50, es werden drei richtige Ergebnisse erwartet.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe verlangt das Ergänzen von Wertetabellen. Dieses setzt das Verständnis sowohl multiplikativer (•10) als auch additiver (+ den Preis eines halben Kilos) Strukturen bei proportionalen Zusammenhängen voraus.

Daten und Zufall

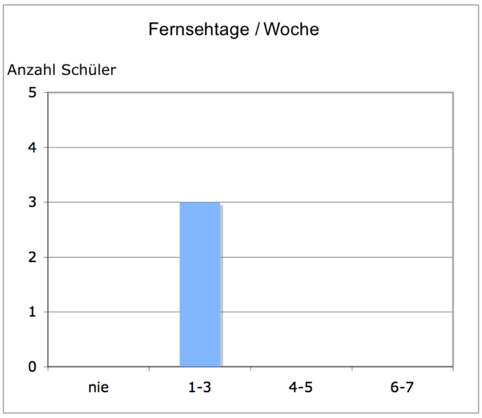
Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

	Tage / Woche			
	nie	1-3	4-5	6-7
Anja	x			
Bastian		x		
Corinne		x		
Dieter				x
Estelle			x	
Franco				x
Graziella			x	
Joshua			x	
Kerstin				x
Ludovic		x		
Murielle			x	

In einer Umfrage wurden die Schülerinnen und Schüler einer 6. Klasse befragt, an wie vielen Tage pro Woche sie fernsehen.

Im Säulendiagramm siehst du, dass 3 Kinder an 1-3 Tagen je Woche fernsehen.

Ergänze das Säulendiagramm.



KRITERIUM Mindestens eine Säule mit korrekter Höhe wird zum Diagramm hinzugefügt

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden ergänzen ein Säulendiagramm, indem sie weitere Anzahlen aus der Tabelle ins Diagramm übertragen. Falls Lernende mit den Darstellungsformen nicht vertraut sind, ist nicht nur der Kompetenzaspekt «Operieren und Berechnen» sondern auch «Mathematisieren und Modellieren» gefordert. Dabei werden zwei gebräuchliche Darstellungsformen (Tabellen, Säulendiagramm) ineinander überführt.

3.3 INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN 8. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN | MATHEMATIK | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können unter Anleitung Zirkel, Geodreieck, Massstab, Taschenrechner, Nachschlagewerke und Computer für grundlegende Operationen und für die Darstellung einfacher Sachverhalte nutzen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- kennen die wichtigsten Funktionen und Tasten eines Taschenrechners (+, –, /, *, =, .).

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal und Geodreieck gebrauchen, um festzustellen, ob zwei Linien parallel oder rechtwinklig zueinander sind, bzw. um entsprechende Linien zu zeichnen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Messinstrumente (u.a. Uhr, Meter, Waage, Messbecher) der Situation angemessen verwenden.

ILLUSTRATIONEN | INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN | 8. SCHULJAHR

Zahl und Variable

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

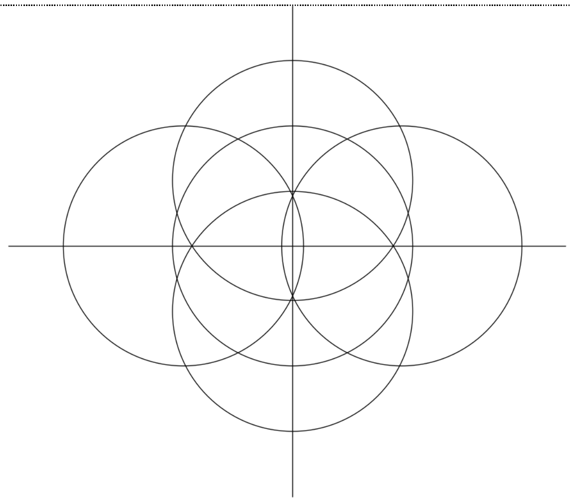
Berechne mit dem Taschenrechner: 5.5 • (70.2 – 2.8) =

LÖSUNG 370.7

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Es gibt verschiedene Methoden, den Term mit dem Taschenrechner auszuwerten – entweder wird die Differenz mit dem Taschrechner zuerst berechnet, um sie danach mit 5.5 zu multiplizieren, oder aber die Tasten werden in der vorgegebenen Reihenfolge gedrückt, was bei vielen Taschenrechnermodellen zum Erfolg führt. Auch wenn Taschrechner erst in der Sekundarstufe I systematisch verwendet werden, sollten die Lernenden die Resultate von Grundoperationen mit dem Taschenrechner bestimmen können.

Form und Raum

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Die Figur besteht aus 5 gleich grossen Kreisen.

Die beiden Symmetrieachsen wurden eingezeichnet.

Zeichne eine Figur mit 2 Symmetrieachsen und 4 gleich grossen Kreisen.

LÖSUNG Mögliche Lösungen:
- Die vorgegebene Figur ohne Mittelkreis
- Vier Kreise auf einer Achse in regelmässigem Abstand
- Vier Kreise an den Ecken eines Rechtecks

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lösung der Aufgabe verlangt den zielgerichteten Einsatz von Geodreieck und Zirkel. Das Geodreieck kann zum Zeichnen von rechtwinkligen Linien (Symmetrieachsen) verwendet werden.

Grössen und Masse

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Miss mit einem Massstab: Wie lang und wie breit ist ein A4-Blatt	(Das Blatt, auf dem diese Aufgabe steht ist ein A4 Blatt).

LÖSUNG 21 cm x 29.7 cm. Mit Massangabe, Länge und Breite jeweils ± 0.2 cm

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Das Verständis von Begriffen wie Länge und Breite (→ «Wissen, Erkennen und Beschreiben» im Bereich «Form und Raum») kann vorausgesetzt werden. Die Aufgabe testet deshalb in erster Linie den sorgfältigen Umgang mit einem Messinstrument.

3.4 DARSTELLEN UND FORMULIEREN 8. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | DARSTELLEN UND FORMULIEREN | MATHEMATIK | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können Darstellungen von anderen verstehen, die nur wenige und grundlegende Symbole, Fachausdrücke und Graphiken aufweisen, und eigene Überlegungen dazu mit eigenen Worten formulieren, wobei auch einzelne Fehler und Ungenauigkeiten vorkommen dürfen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können schriftlich formulierte Rechnungen mit natürlichen Zahlen und Dezimalzahlen nachvollziehen und eigene Rechnungen und Argumentationen so darstellen, dass sie für andere nachvollziehbar sind,
- können mit natürlicher und symbolischer Sprache, Skizzen und Zeichnungen Lösungsansätze und Lösungen arithmetischer Probleme (Grundoperationen) darstellen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können mit Grössenangaben versehene Skizzen von Sachsituationen und Gegenständen verstehen und selbst Sachsituationen und Gegenstände mit Skizzen und Massangaben so darstellen, dass sie für andere verständlich sind,
- stellen Berechnungen und Lösungswege, die Grössenbezeichnungen enthalten, korrekt und unmissverständlich dar.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Informationen über einfache funktionale Zusammenhänge (insbes. Proportionalität) zwischen Grössen erhalten und gewonnene Informationen mit eigenen Worten (ohne Fachterminologie) darstellen und kommunizieren.

DATEN UND ZUFALL

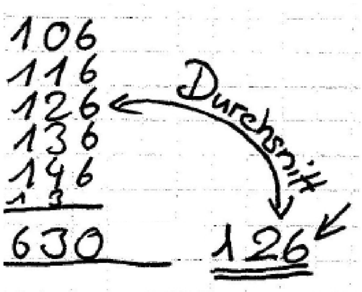
Die Schülerinnen und Schüler

- können Informationen aus Medien, die alltagsbezogene statistische Darstellungen enthalten, verstehen und mit eigenen Worten darstellen und kommentieren,
- können in einfachen Fällen Tabellen und Graphiken (Balken- und Säulendiagramme) nutzen, um Dokumentationen zu veranschaulichen.

ILLUSTRATIONEN | DARSTELLEN UND FORMULIEREN | 8. SCHULJAHR

Zahl und Variable

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Anja berechnet die Summe der fünf Zahlen.

Was meint sie mit dem Pfeil und dem Wort «Durchschnitt»?

LÖSUNG Die Lösung macht einen der folgenden Zusammenhänge klar:
- 630 : 5 = 126 oder 126 • 5 = 630.
- 126 ist die mittlere (bzw. die durchschnittliche) der 5 Zahlen.
- Die Summe lässt sich mit 5 • 126 berechnen.
- andere ähnliche Lösungen

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Schülerin / der Schüler vollzieht bei dieser Aufgabe die Darstellung von Anja nach und erläutert diese. Falls der Begriff «Durchschnitt» ungenügend gefestigt ist, lässt er sich vom dargestellten Sachverhalt ableiten.

Grössen und Masse

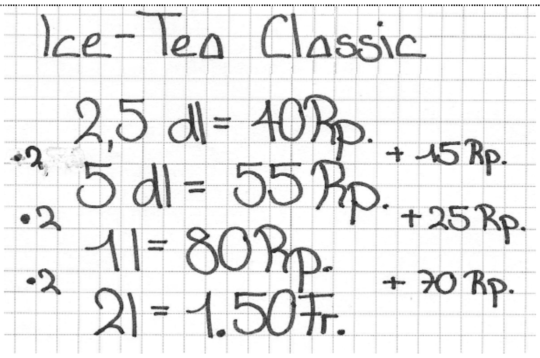
Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Zeichne eine Skizze zu deinem Pult.
Gib in der Skizze Länge und Breite des Pultes an.

KRITERIUM Verschiedene Lösungen.
Die Figur muss nicht exakt sein, ein korrekter optischer Eindruck ist ausreichend.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Bei der Aufgabe wird eine verständliche Skizze zu einem Gegenstand (Pult) inkl. Massangaben erwartet. Dazu muss das Pult korrekt ausgemessen werden, ein Rechteck (evtl. mit einer Mittellinie) gezeichnet und mit den entsprechenden Massen versehen werden.

Funktionale Zusammenhänge Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



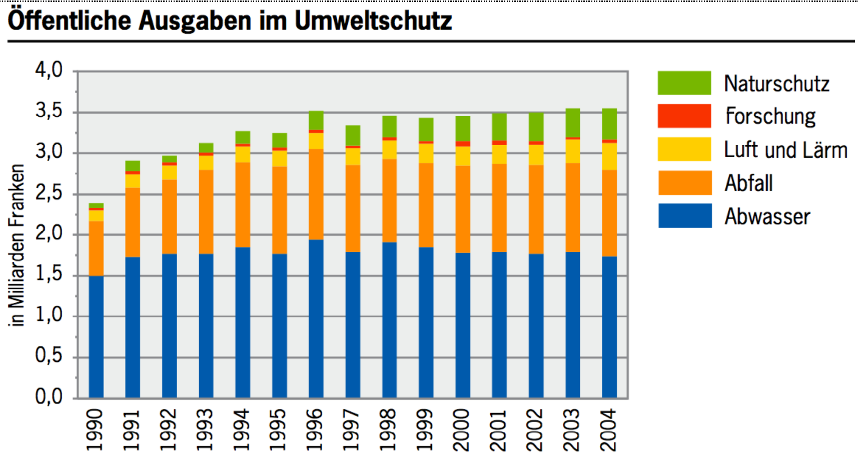
Madeleine hat sich die Discount-Preise für Ice – Tea Classic notiert.

Was meint sie mit den Zahlen links und rechts der Tabelle
(•2 sowie + 15 Rp., + 25 Rp. + 70 Rp.)?

LÖSUNG - Links wird das Volumen (der Inhalt, die Menge, dl oder ähnliche Angaben) verdoppelt, rechts wird der Preis [in Rp.] dazugezählt
- oder links wird verdoppelt, rechts nicht
- oder grössere Mengen sind günstiger
- oder ähnliche Formulierungen

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Bei der Aufgabe geht es um die Interpretation einer Darstellung und nicht um das Erstellen einer eigenen Darstellung. Die dargestellten Informationen sind einfach und lassen sich auch ohne die Operatoren in der Abbildung herleiten.

Daten und Zufall Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Für welchen der 5 dargestellten Bereiche sind die Ausgaben am grössten?

A Naturschutz

B Forschung

C Luft und Lärm

D Abfall

E Abwasser

LÖSUNG E (Abwasser)

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe testet die Fähigkeit, eine geläufige statistische Darstellung zu lesen und daraus einfache Aussagen abzuleiten. Im Sinne einer Lernförderung ist es sinnvoll, aus solchen Darstellungen möglichst viele verschiedene Aussagen zu gewinnen – werden solche Aufträge aber im Rahmen eines Tests gestellt, sind die Lösungen nur schwer auswertbar, daher die hier gewählte eher geschlossene Fragestellung.

3.5 MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN 8. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | MATHEMATIK | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können (Alltags-)Probleme in ein mathematisches Modell überführen, wenn der Problemhorizont leicht erschliessbar ist und Standardmodellierungen vorgegeben sind oder durch den Kontext nahe liegen. Die dabei zu interpretierenden Texte, Tabellen, Graphiken usw. sind einfach, zur Modellierung wird in der Regel ein Denkschritt benötigt.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Probleme und Aufgabenstellungen mit Hilfe von Zahlen und Variablen erfassen und mit arithmetischen Konzepten (z.B. Ordnungsrelation, Operationen und Umkehroperationen) in Beziehung bringen,
- können einfache arithmetische Muster erkennen, weiterführen und anpassen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Realgegenstände und Realsituationen mit geometrischen Darstellungen (z.B. Pläne und Skizzen) in Beziehung setzen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Probleme und Aufgabenstellungen aus verschiedenen Bereichen des Alltags, in denen Grössenangaben bzw. -berechnungen eine Rolle spielen, adäquat erfassen und geeignete Lösungsschritte (Umformungen, Skizzen) überlegen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können in (Alltags-)Situationen proportionale und lineare Zusammenhänge entdecken und zur Beschreibung (ohne Fachterminologie) und Lösung von Problemen nutzen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können aus gegebenen statistischen Darstellungen die Informationen entnehmen, die zur Lösung eines Problems / einer spezifischen Fragestellung nötig sind, und können dazu auch kleinere Datenerhebungen selbst planen und durchführen.

ILLUSTRATIONEN | MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | 8. SCHULJAHR

Zahl und Variable

75% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M61606

Für 52 • 60 gilt Folgendes: - Beide Faktoren sind grösser als 50. - Das Produkt (das Ergebnis) liegt zwischen 3'000 und 10'000. - Das Produkt (das Ergebnis) ist gerade.	Gib eine weitere Multiplikation mit diesen Eigenschaften an. ……… • ………

LÖSUNG Beide Faktoren sind grösser als 50, mindestens ein Faktor ist gerade und das Produkt ist in der geforderten Grössenordnung.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden suchen hier Faktoren, die Bedingungen erfüllen. Zum Lösen der Aufgabe genügt es, einen der vorgegebenen Faktoren so zu ändern, dass die Bedingungen noch erfüllt sind. Natürlich können auch beide Faktoren geändert werden. Häufig ist bei arithmetischen Bestimmungsaufgaben das Aufstellen einer Gleichung notwendig. Das ist in diesem Fall nicht nötig.

Form und Raum

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

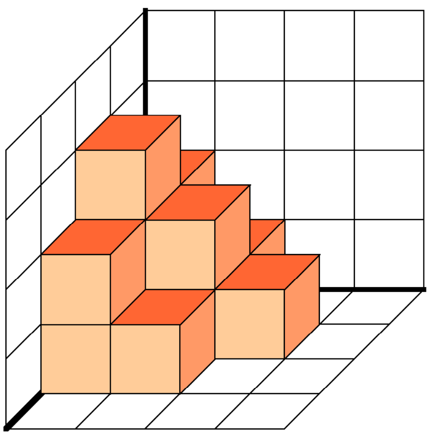
Schreibe die entsprechenden Zahlen in den 1. Bauplan. Du findest rechts (2. Bauplan und 2. Bild) ein Beispiel.

1. Bauplan

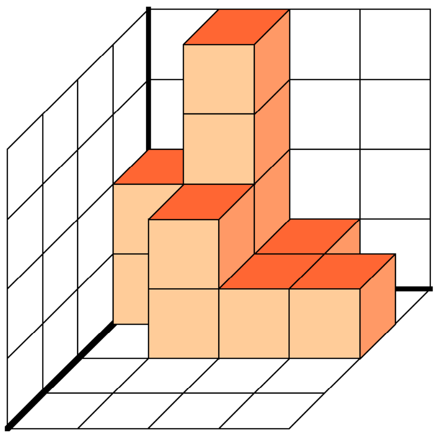
2. Bauplan

2	4	1	
	2	1	1

1. Bild



2. Bild



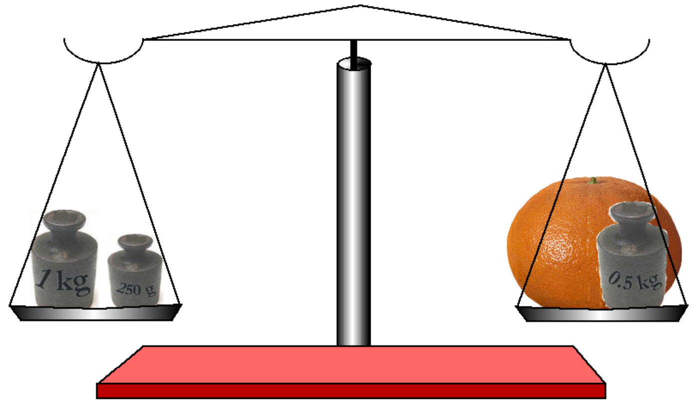
LÖSUNG 2, 1, (0, 0) / 3, 2, 1, (0) / 2, 1, (0, 0) / (0, 0, 0, 0)
Bemerkung: Felder mit keinen Würfeln müssen nicht mit 0 muss beschriftet werden.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden übertragen bei dieser Aufgabe einfache Raumbilder in einen Grundriss mit 4 x 4 Feldern. Das Beispiel gibt die Art der Codierung vor, indem die Anzahl Würfel bzw. ‚Stockwerke' auf einem bestimmten Feld als Zahl in das entsprechende Feld des Grundrisses geschrieben werden,

---

Grössen und Masse

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Die Waage ist im Gleichgewicht.

Die drei Gewichtsteine sind mit 1 kg, 250 g und 0.5 kg beschrieben.

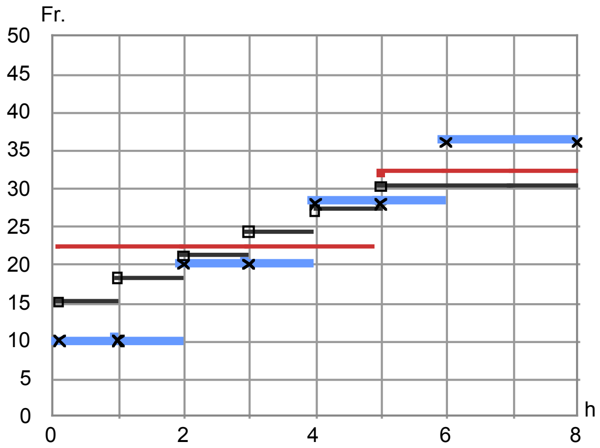
Wie schwer ist die Grapefruit?

LÖSUNG 0.75 kg / 0.750 kg oder 750 g

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe wird in der Regel erfolgreich gelöst, wenn die Lernenden wissen, dass 1 kg = 1000 g ist und die Abbildung korrekt interpretieren. Da die Waage im Gleichgewicht ist, muss das Gewicht auf beiden Tellern gleich schwer, nämlich 1250 g, sein. Die Grapefruit muss daher 750 g wiegen.

Funktionale Zusammenhänge

73% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M60306



Mit welcher Farbe wurden die drei Orte in der Graphik dargestellt?

A Les belles Noires

1 h	2 h	3 h	4 h	5 h	6 h
10.–	20.–	20.–	28.–	28.–	36.–

☐ blau ☐ schwarz ☐ rot

B Divertimento bianco

1 h	2 h	3 h	4 h	5 h	6 h
22.–	22.–	22.–	22.–	32.–	32.–

☐ blau ☐ schwarz ☐ rot

C Schneeparadies

1 h	2 h	3 h	4 h	5 h	6 h
15.–	18.–	21.–	24.–	27.–	30.–

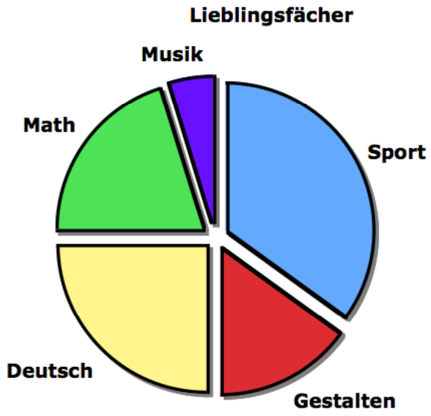
☐ blau ☐ schwarz ☐ rot

LÖSUNG A blau (Graph mit Kreuzen)
B rot (zwei Niveaus mit Punkten)
C schwarz (treppenartig)

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden machen sich ein Bild von den funktionalen Zusammenhängen zwischen Anzahl Stunden und Preis und bringen diese in Verbindung mit den Funktionsgraphen. Dabei kann auf die absoluten Geldbeträge, die Anzahl Preisstufen oder die Grösse der Preissprünge geachtet werden (z.B. am teuersten ist «Les belles

Noires» → blau; am meisten Preisstufen hat «Schneeparadies» → schwarz; nur 2 Preisstufen in «Divertimento» → rot; kleine Preissprünge → schwarz; …). Bemerkung: Die Graphik sollte bei einem erneuten Test überarbeitet werden.

Daten und Zufall Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Alle 20 Kinder einer Schulklasse geben ihr Lieblingsfach an. Die Lieblingsfächer sind im Diagramm dargestellt.
Rebekka und Claudia stossen zur Klasse dazu und geben an, dass Musik ihr Lieblingsfach ist.

Nun müsste ein neues Diagramm für 22 Kinder gezeichnet werden.

A Welche Flächen werden dadurch grösser?

B Welche Flächen bleiben genau gleich gross?

C Welche Flächen werden kleiner?

KRITERIUM Mindestens Aufgabe A (Musik) muss für das Basisniveau richtig beantwortet werden

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Information, dass 2 weitere Kinder «Musik» als Lieblingsfach gewählt haben, macht eine neue Darstellung notwendig. Zur Beantwortung von Frage A ist es ausreichend, sich der Bedeutung der Sektorflächen bewusst zu sein. Für die Fragestellungen B und C sind zumindest propädeutisch vorhandene Vorstellungen zu relativen Häufigkeiten notwendig. Diese werden in der Sekundarstufe I verschiedentlich thematisiert.

3.6 ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN 8. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN | MATHEMATIK | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können einfache Aussagen durch Nachprüfen an einem konkreten Beispiel, durch Nutzen vorhandener Daten oder durch nahe liegende Argumente begründen oder falsifizieren.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Behauptungen über nummerische, arithmetische Gesetzmässigkeiten begründen,
- können Argumentationen und Rechnungen in mehrere Teilschritte gliedern und über die Vorgehensweise Rechenschaft ablegen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können qualitative Behauptungen (z.B. gross–klein, lang–kurz) durch Grössenangaben präzisieren und begründen,
- können auch komplexere Argumentationen, bei denen Grössenangaben eine Rolle spielen, nachvollziehen und dazu kritisch Stellung nehmen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Entscheidungen (z.B. Kaufentscheidungen) durch Analyse der funktionalen Zusammenhänge plausibel machen, Behauptungen über proportionale Zusammenhänge belegen und einfache Argumentationen führen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Prognosen formulieren und Schlussfolgerungen begründen, die sich auf gegebene Daten stützen.

ILLUSTRATIONEN | ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN | 8. SCHULJAHR

Zahl und Variable

74% Lösungshäufigkeit im Test 2007 (Deutschschweiz) M60204

Begründe, warum die folgende Behauptung stimmt:
«Wenn die Summe von zwei Zahlen grösser als 100 ist, dann muss mindestens eine der beiden Zahlen grösser als 50 sein!»

LÖSUNG Indirekte Begründung: Wenn beide Zahlen nicht grösser als 50 (OR die Hälfte von 100) sind, ist die grösstmögliche Summe 50 + 50 = 100 (auch 49 + 49 = 98 wird akzeptiert).
Oder: Wenn beide Ziffern kleiner (nicht grösser) als 50 sind, kann die Summe höchstens 98 (100) betragen.
Oder: ähnliche Begründungen

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aussage in der Aufgabenstellung lässt sich durch konkrete Beispiele belegen. Die dazu erforderlichen arithmetischen Kenntnisse können auf dieser Stufe vorausgesetzt werden.

Grössen und Masse

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Viola meint, dass in Australien eine Sekunde länger dauert als in der Schweiz. Weshalb ist das Unsinn?

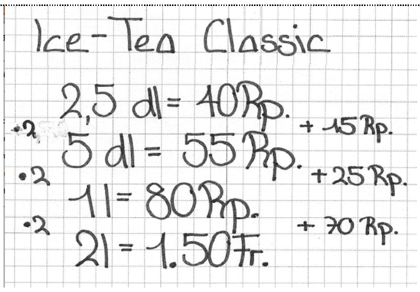
LÖSUNG Es wird mindestens ein Grund angegeben. Mögliche Gründe:

- Um die Zeit messen zu können muss die Sekunde überall gleich lange dauern,
- Die Zeitdauern wurden für die ganze Welt vereinbart,
- Eine Minute hat (überall) 60 Sekunden,
- Der Tag in Australien dauert gleich lang wie in der Schweiz,
- Man könnte sich so schlecht über Zeit(dauern) unterhalten,
- Das Umrechnen (von einer Sekunde in die andere) wäre mühsam,
- Man müsste für Australien andere Uhren herstellen,
- oder andere nachvollziehbare Gründe usw.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Es ist gemeinhin bekannt, dass die Zeitmasse in der ganzen Welt Gültigkeit haben. Die Lernenden sind aufgefordert, mindestens einen Grund zu nennen, weshalb das günstig ist oder allenfalls zu bemerken, dass das so vereinbart wurde.

Funktionale Zusammenhänge

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Du kaufst im Discount-Geschäft für die Geburtstagsparty 4 l Ice-Tea ein.

Wie viel gibst du aufgrund der Notizen von Madeleine aus, wenn du möglichst günstig einkaufen willst?

Begründe!

LÖSUNG 3 Fr., mit Begründung zu Preis oder Packungsgrösse

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe fordert auf, eine Kaufentscheidung aufgrund von Preisvergleichen zu treffen und sie zu begründen. Die verschiedenen Packungsgrössen müssen dazu analysiert und verglichen werden.

Daten und Zufall Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

	4 P	3 P	2 P	1 P	0 P
Sport	7	2	4	3	4
Gestalten	3	8	2	5	2
Deutsch	5	5	3	2	4
Mathematik	4	2	3	4	7
Musik	1	1	8	6	3

Die 20 Kinder einer Klasse haben den Fächern Sport, Gestalten, Deutsch, Mathematik und Musik 4 P, 3 P, 2 P, 1 P oder 0 P gegeben.

Das Lieblingsfach erhält 4 P, das am wenigsten beliebte Fach 0 P.

4 Kinder mögen Mathematik besonders,
7 überhaupt nicht.

Welches der vier Mädchen argumentiert eher ungeschickt? Kreuze an

- Anna: Sport ist das beliebteste Fach, weil am meisten Kinder es an erster Stelle gewählt haben.
- Bettina: Musik ist das beliebteste Fach, weil es viel öfter als alle andern 2 Punkte erhalten hat.
- Claudia: Deutsch ist das beliebteste Fach, weil es am wenigsten oft 1 P oder 0 P erhalten hat.
- Désirée: Gestalten ist das beliebteste Fach, weil es 11 mal mit 4 P oder 3 P gewählt wurde.

LÖSUNG Bettina

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe kann auch „Interpretieren und Reflektieren der Resultate“ zugeordnet werden. Die Lernenden werden aufgefordert, aufgrund der Angaben in der Tabelle auf das beliebteste Fach zu schliessen und ihre Schlussfolgerung zu begründen. Entscheidend ist dabei nicht, welches der drei in Frage kommenden Fächer gewählt wird, sondern die Fähigkeit, Standpunkte argumentativ zu vertreten bzw. zu beurteilen.

3.7 INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE 8. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | MATHEMATIK | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können leicht verständliche Aussagen, Darstellungen und Ergebnisse unterschiedlicher Herkunft durch Berechnen, Skizzieren oder logische Überlegungen interpretieren und überprüfen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können im Zahlbereich der natürlichen Zahlen Darstellungen und Behauptungen von anderen, ebenso wie selbst berechnete Resultate durch Kontrollrechnungen und durch Vergleich mit der Realität überprüfen,
- nehmen gelöste nummerische Probleme zum Anlass, über die Brauchbarkeit der eingesetzten Mittel, die mögliche Verallgemeinerbarkeit des Ergebnisses und die Übertragbarkeit der Methoden auf andere Probleme nachzudenken.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können Aussagen und Resultate zu geometrischen Eigenschaften einfacher Figuren überprüfen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Behauptungen zu Grössenangaben, ebenso wie selbst gemessene Angaben und berechnete Resultate durch Vergleich mit der Realität und durch Kontrollrechnungen und -messungen überprüfen,
- nehmen gelöste Probleme zum Anlass, über die Brauchbarkeit der eingesetzten Mittel, die mögliche Verallgemeinerbarkeit des Ergebnisses und die Übertragbarkeit der Methoden auf andere Probleme nachzudenken.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler
- können selbst gefundene oder fremde Ergebnisse, die einfache funktionale Verhältnisse (insbes. Proportionalität) betreffen, kontrollieren.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler
- können Aussagen und Entscheidungen, die sich auf statistische Darstellungen (Datensets, Tabellen, Diagramme) stützen, miteinander vergleichen und prüfen und zu gefundenen Ergebnissen weiterführende Fragen formulieren.

ILLUSTRATIONEN | INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | 8. SCHULJAHR

Zahl und Variable, Beispiel 1 — 72% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M61004

In der folgenden Multiplikation fehlt eine Ziffer. Für welche Ziffer steht das «Δ»?

$3\Delta \cdot 41 = 1'558$

$\Delta =$

LÖSUNG 8 (Lösungen mit dem Faktor 38 anstelle der Ziffer 8 werden ebenso korrekt gewertet)

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lösung der Aufgabe bedingt das Zerlegen von 1'558 in zwei zweistellige Faktoren ?? • ??, wobei drei der insgesamt vier Ziffern bereits gegeben sind. Um im Produkt die Endziffer 8 zu erreichen, gibt es nur eine Möglichkeit mit ?x • ?1 = ???8 – die gesuchte Ziffer muss eine 8 sein. Es liess sich nicht überprüfen, ob einige Lernende die Aufgabe durch Operieren (Division) gelöst haben.

Zahl und Variable, Beispiel 2 — 63% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M61604

Annalena multipliziert immer nach der gleichen Methode.
Welche Ihrer Rechnungen sind «richtig», welche «falsch»?

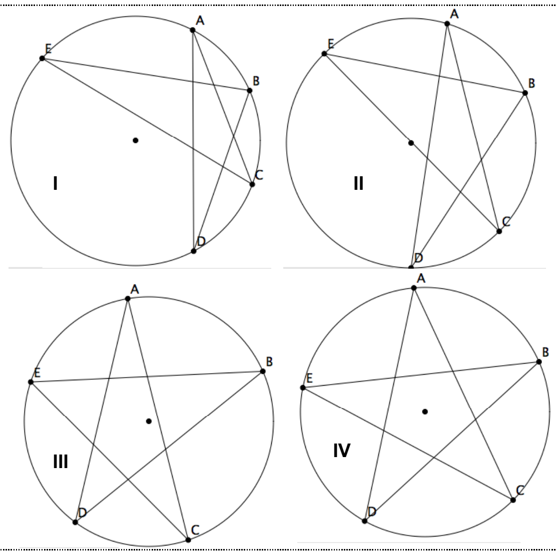
A	3 • 1.02 = 3.06	☐ richtig	☐ falsch
B	2 • 4.3 = 8.6	☐ richtig	☐ falsch
C	5 • 2.3 = 10.15	☐ richtig	☐ falsch
D	6 • 3.6 = 18.36	☐ richtig	☐ falsch

Das Niveau des Basisstandards entspricht einer korrekten Einschätzung der vier Multiplikationen.

LÖSUNG A richtig, B richtig, C falsch, D falsch

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Um die Brauchbarkeit von Annalenas Methode im Rahmen dieser vier Aufgaben zu beurteilen, genügt es, die Resultate durch Nachrechnen zu überprüfen. Zur Beurteilung der allgemeinen Tauglichkeit der Methode muss diese gedanklich durchdrungen werden; ebenso zur Generierung eigener Beispiele.

Form und Raum Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Ist es möglich, dass bei einem solchen Stern die Winkel bei A, B, C, D und E alle gleich gross sind? Kreuze die richtige Antwort an.

A Nein, es ist nicht möglich, da alle Strecken eine andere Richtung haben.

B Nein, es ist nicht möglich, da die Winkel ändern, wenn man die Figur dreht.

C Ja, es ist möglich. Der Abstand zwischen den Punkten auf dem Kreis müsste immer gleich gross sein.

D Ja, es ist möglich. Es wäre aber Zufall, wenn alle Punkte auf dem gleichen Kreis liegen würden.

LÖSUNG C

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Diese Aufgabe stellt eine Aussage bzw. eine Frage ins Zentrum, die sich mit Hilfe der vorliegenden Figuren beantworten lässt. Im Unterschied zu Aufgaben zu «Argumentieren und Begründen» gehen die Lernen-.den hier von vorliegenden Skizzen und Ergebnissen aus, und interpretieren diese. Die Figur IV illustriert die Aussage C.

Grössen und Masse 76% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M60105

Stefan kauft ein Glas mit 500 g Schweizer Honig.
Er stellt das noch geschlossene Glas auf eine digitale Waage.
Sie zeigt ein Gewicht von 0.609 kg.

Welches Gewicht hat die Verpackung ungefähr?

A ☐ 10 g

B ☐ 110 g

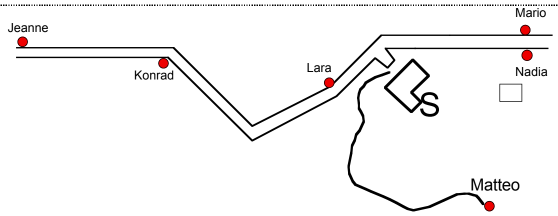
C ☐ 190 g

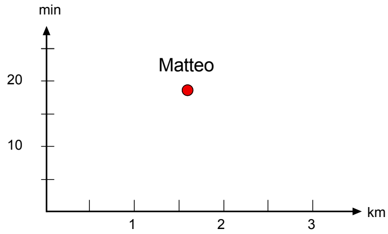
D ☐ 609 g

LÖSUNG B

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Aufgrund der (gemessenen) Angaben lässt sich auf die entsprechende Behauptung zum Gewicht der Verpackung (die Verpackung ist ca. 110 g) schliessen. Die richtige Antwort bedingt ein Verständnis des Textes sowie der Masszahl 0.609 kg.

Funktionale Zusammenhänge, Beispiel 1 74% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M60403





Woran sieht man, dass Matteo wahrscheinlich zu Fuss zur Schule (S) kommt?

LÖSUNG Er braucht für seinen Weg viel Zeit oder Er ist gleich schnell wie das langsamste der Kinder oder 1.5 km in 20 Minuten entspricht einem Schulweg zu Fuss.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Eine Aussage (Matteo kommt zu Fuss) soll aufgrund von Weg- und Zeitvergleichen zu andern Schulwegen bestätigt werden. Verschiedene Möglichkeiten sind dazu denkbar. Wie viele andere Aufgaben stand die Aufgabe im Test im Kontext einer Testumgebung – sie wirkt hier daher etwas isoliert. Eine Lösung ohne den Kontext der andern Aufgaben ist schwieriger zu finden.

Funktionale Zusammenhänge, Beispiel 2 86% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M60102

P	J
2	18
3	27
4	36
5	45
6	54
7	63
8	72
9	88
10	97

Immer 9 Joghurts (J) stehen in einer Packung (P).

Paolo füllt dazu eine Tabelle aus.

Monika behauptet, dass die Tabelle Fehler habe.

Wer hat recht, weshalb?

LÖSUNG Monika hat recht. Mindestens eines der beiden letzten Wertepaare wird beanstandet.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden kontrollieren eine Wertetabelle mit proportionalen Zuordnungen. In den ersten Zeilen beträgt der Proportionalitätsfaktor jeweils 9, in den beiden letzten Zeilen ist die Zuordnung eher zufällig.

Daten und Zufall Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

	Programm			
	Sport	Filme	Shows	Doku
Anja				
Bastian	x	x		
Corinne		x		
Dieter	x	x	x	x
Estelle		x	x	
Franco	x	x		x
Graziella	x	x		
Joshua	x		x	
Kerstin		x		
Ludovic		x		
Murielle	x	x	x	

Die Schülerinnen und Schüler haben angegeben, welche Art von Fernsehunterhaltung sie mögen. (Doku → Dokumentarfilme).

Artan erstellt zuerst eine Tabelle und dann eine Rangliste, wer am meisten Fernsehen schaut.

Kann er das?

LÖSUNG Nein, man kann es nicht berechnen. Die Begründung enthält den Gedanken, dass Angaben zur Zeit fehlen.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Der Entscheid, die Dauer des Fernsehkonsums aus der Darstellung abzulesen (und daraus eine «Rangliste» abzuleiten) soll aufgrund der vorliegenden Daten überprüft bzw. interpretiert werden. Lernende, die der Meinung sind, dass das geht, können aufgefordert werden, die Fernsehzeit je Woche zu berechnen.

3.8 ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN 8. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN | MATHEMATIK | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können zu einer Aussage oder einem Sachverhalt ausgehend von einem Beispiel weitere Beispiele finden. Sie können Systeme mit wenigen Elementen und einfacher Struktur durch Variieren einzelner Elemente untersuchen und zu einem einfachen Sachverhalt oder Beispiel eigene mathematisch relevante Fragen formulieren.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können nummerische und arithmetische Zusammenhänge im Bereich der natürlichen Zahlen erkunden und erforschen, durch systematisches Variieren von Zahlen, Ziffern oder Operationen Lösungen und Hypothesen finden;
- können durch selbst gewählte Zahlenbeispiele Verallgemeinerungen auf die Probe stellen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können einfache geometrische Gebilde (z.B. Pentominos oder Würfelabwicklungen) und Sachverhalte (z.B. mögliche Lagen verschiedener Objekte) untersuchen, Vermutungen formulieren und sie durch systematische Tests bestätigen oder widerlegen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Grössenverhältnisse (z.B. Volumen verschiedener Gegenstände) und Zusammenhänge zwischen verschiedenen Grössen (z.B. Fläche und Umfang) durch einfache Messungen und Experimente erkunden und erforschen,
- können durch systematisches Variieren von Grössen Lösungen und Hypothesen finden bzw. gefundene Hypothesen auf die Probe stellen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Vermutungen über funktionale Zusammenhänge (insbes. zur Proportionalität) in der Realität und in der Mathematik formulieren und testen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können einfache Zufallsexperimente mit Würfeln, Münzen oder Karten durchführen und auszählen und die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen durch Versuche qualitativ bestimmen.

ILLUSTRATIONEN | ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN | 8. SCHULJAHR

Zahl und Variable, Beispiel 1

81% Lösungshäufigkeit im Test M60202

Beispiele: 123 + 456 = 579
231 + 564 = 795

Bilde wie in den Beispielen mit den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 zwei dreistellige Zahlen und addiere sie.
Die Summe soll grösser als 900 sein. Jede Ziffer darfst du nur einmal verwenden.

……… + ……… = ………

LÖSUNG Zu einer richtigen Lösung gehört:
- die Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 werden je einmal verwendet
- die Summe wird aus zwei dreistelligen Zahlen gebildet
- die Summe ist grösser als 900 und wird korrekt berechnet

Beispiele: 412 + 536 = 948 / 631 + 542 = 1173

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Struktur der Aufgabenstellung wird durch die Beispiele geklärt. Durch zielgerichtetes Variieren der Ziffern sollen die Lernenden eine Summe grösser als 900 erzielen, wobei die Summanden korrekt addiert werden müssen.

Zahl und Variable, Beispiel 2

70% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M61601

Notiere alle Zahlen zwischen 21.3 und 21.5, die du mit den Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 bilden kannst.
Nach dem Komma sollen genau zwei Ziffern stehen.
Beispiele: 21.31, 21.33

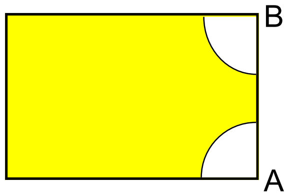
KRITERIUM Für das Basisniveau werden mindestens vier im Beispiel nicht aufgeführte Zahlen erwartet. Alle notierten Zahlen entsprechen den beiden Bedingungen.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe zielt auf das Bilden bzw. Variieren von Dezimalzahlen aufgrund vorgegebener Strukturen und Kriterien. Insgesamt 10 Zahlen (21.31; 21.32; 21.33; 21.34; 21.35; 21.41; 21.42; 21.43; 21.44; 21.45) entsprechen den Kriterien. Weil nur vier im Beispiel nicht erwähnte Zahlen gefordert werden, kann auch ein eher unsystematisches Vorgehen zum Ziel führen.

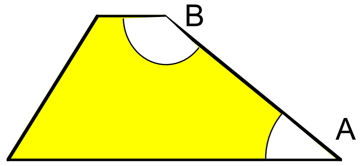
Form und Raum

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Beispiel



Gegenbeispiel



Bei einigen Vierecken sind alle 4 Winkel gleich gross.

Zu dieser Aussage kann man ein Beispiel und ein Gegenbeispiel angeben (siehe Skizze).

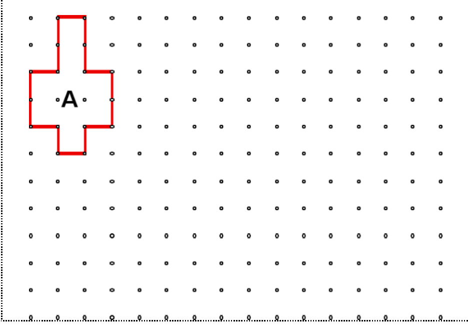
Beispiel Gegenbeispiel

Zwei Kreislinien können zwei Schnittpunkte haben. Zeichne ein Beispiel und ein Gegenbeispiel.

KRITERIUM Ein Beispiel und ein Gegenbeispiel als Zeichnung oder Skizze.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lage von zwei Kreisen zueinander kann variieren. Die Lernenden sind aufgefordert, zwei Kreise zu zeichnen und zu untersuchen, wie es sich mit den Schnittpunkten verhält. Die Schwierigkeit der Aufgabe besteht wohl für viele Schülerinnen und Schüler nicht darin, Kreise mit und ohne Schnittpunkte zu finden, sondern die Aufgabe überhaupt zu verstehen. Das einleitende Beispiel zu den Winkeln in Vierecken soll die eigentliche Aufgabe erläutern.

Grössen und Masse, Beispiel 1 — 71% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M60601

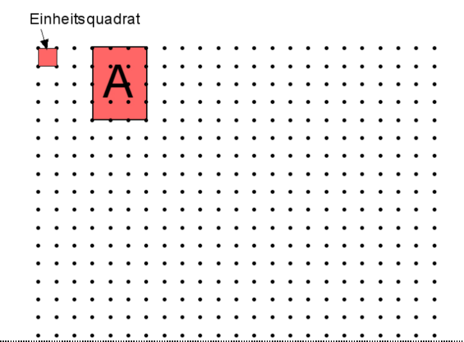


Zeichne eine weitere Figur mit dem gleichen Flächeninhalt wie Figur A, aber mit einer andern Form.

KRITERIUM Eine zu A nicht kongruente Figur mit dem Flächeninhalt 9 wird gezeichnet und lässt sich mit dem Raster auszählen.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe kann auch dem Bereich «Form und Raum» zugeordnet werden. Sie fordert zur Exploration von Figuren mit dem gleichen (auszählbaren) Flächeninhalt auf, wobei die Figuren in das Raster gezeichnet und überprüft werden können.

Grössen und Masse, Beispiel 2 — 73% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M62407



Figur A hat eine Fläche von 12 Einheitsquadraten.

Zeichne in dieses Raster eine Figur mit einer Fläche

von 50 Einheitsquadraten.

LÖSUNG Rechteck mit 5 • 10 Einheitsstrecken oder Rechteck mit 12.5 • 4 Einheitsstrecken
Oder andere auszählbare Figuren mit einer Fläche von 50

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe kann auch dem Bereich «Form und Raum» zugeordnet werden. Ähnlich wie bei der vorhergehenden Aufgabe zeichnen die Lernenden eine Figur zu einem vorgegeben Flächeninhalt. Je nach Erfahrungen mit Flächenberechnungen lässt sich die Aufgabe auch dem Kompetenzaspekt «Operieren und Berechnen» zuordnen.

Funktionale Zusammenhänge — 79% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M61505.1

In einer Packung sind 500 g Hörnli. 6 Hörnli wiegen zusammen 1 g.

Für eine Portion benötigt man 100 g trockene Hörnli.

Eine gekochte Portion wiegt 300 g.

Formuliere mit diesen Angaben eine «Hörnli-Aufgabe»

und löse die Aufgabe.

KRITERIUM Mindestens drei der folgenden vier Kriterien werden erfüllt:
- Eine Aufgabenstellung zu Hörnli wurde formuliert.
- Die Aufgabenstellung lässt sich mit den Angaben im Text lösen.
- Die Aufgabenstellung enthält mindestens eine Angabe aus dem Text.
- Die Lösung ist korrekt.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Das explizite Formulieren einer Aufgabe setzt voraus, dass sich die Lernenden in den vorliegenden funktionalen Kontext hineindenken und durch Ausprobieren einen geeigneten Zusammenhang finden. Das macht den explorierenden Charakter dieser Aufgabenstellung aus.

Daten und Zufall, Beispiel 1

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Du ziehst aus einem Jassspiel mit 36 Karten 3 Karten.

Was ist wahrscheinlicher?

A Alle drei Karten sind rot.

B Zwei (oder alle drei) Karten haben den gleichen Wert (z.B. zwei 10er)

Führe das Experiment mindestens 40 Mal durch und gib eine Antwort.

KRITERIUM Die Antwort stützt sich auf das Experiment. Die theoretischen Wahrscheinlichkeiten betragen:
A: 4/35 (p zwischen 1/8 und 1/9)
B: ca. ¼. Bei 40 Versuchen müsste also B häufiger auftreten – experimentgestützt kann aber auch A als Antwort gegeben werden.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden führen bei dieser Aufgabe Zufallsexperimente mit einem Kartenspiel durch, protokollieren die Ergebnisse und versuchen nach einer genügend grossen Anzahl von Experimenten die Wahrscheinlichkeit der beiden erfragten Ereignisse zu vergleichen. Die vorliegende Aufgabe eignet sich aufgrund des Spielcharakters nicht für alle Testsituationen.

Daten und Zufall, Beispiel 2

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300

Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern. Beispiel: Die Quersumme von 247 ist 2 + 4 + 7 = 13.

Färbe auf der Zahlentafel alle Zahlen mit Quersumme 5.

KRITERIUM Mindestens 10 der Zahlen 5, 14, 23, 32, 41, 50, 104, 113, 122, 131, 140, 203, 212, 221, 230 sind gefärbt oder die 9 grössten Zahlen mit dieser Eigenschaft (104, 113, … , 230).

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe kann auch dem Bereich «Zahl und Variable» zugeordnet werden. Sie lässt sich durch systematisches Variieren von Ziffern lösen. Dass sie 6 + 5 + 4 = 15 (bzw. 15 + 3 + 2 + 1 = 21 für Zahlen bis 1'000) Lösungen hat, zeigt die Verwandtschaft mit vielen anderen kombinatorischen Aufgabenstellungen.

---

4 ERLÄUTERUNGEN ZU DEN BASISSTANDARDS AM ENDE DES 11. SCHULJAHRES

(ENDE SEKUNDARSTUFE)

Die bis am Ende des 11. Schuljahres zu erreichenden Basisstandards werden in diesem Kapitel mit zusätzlichen Hinweisen und Aufgabenbeispielen erläutert. Diese Erläuterungen zeigen konkret auf, über welche basalen Kenntnisse und Fertigkeiten die Schülerinnen und Schüler bis am Ende der Sekundarstufe I in diesem Fach verfügen müssen.

Aufgaben oder Aufgabenauszüge illustrieren einzelne Aspekte eines Basisstandards. Bei den meisten Aufgaben werden prozentuale Angaben zur Lösungshäufigkeit gemacht, die aus der Validierung bei einer national repräsentativen Stichprobe von Schülerinnen und Schülern im Frühjahr 2007 hervorgehen.

4.1 WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN 11. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | MAHTHEMATIK | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können mathematische Sachverhalte erfassen und beschreiben, die wenige und eher geläufige mathematische Fachausdrücke, Symbole und Strukturen enthalten.
Sie können ein bis zwei mathematische Elemente oder Symbole identifizieren, benennen oder übertragen, wenn der Kontext vertraut und der mathematische Sachverhalt leicht erschliessbar ist.
Sie können sich einfache Sachverhalte und Operationen zu bekannten Kontexten vorstellen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden algebraisch-arithmetische Fachausdrücke (u.a.: «Gleichung», «Ungleichung», «Term», «Variable», «Unbekannte», «Lösung», «schätzen», «runden», «Teiler», «Vielfache«, «Primzahl», «Quadratwurzel», «Wurzel»),
- kennen verschiedene Darstellungsweisen von Zahlen (Dezimal-, Prozent- und Bruchdarstellung, wissenschaftliche Schreibweise, Potenzschreibweise mit reeller Basis und natürlichem Exponenten).

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen die wichtigsten Fachausdrücke und Begriffe der ebenen und räumlichen Geometrie und können geometrische Figuren, Körper und deren Eigenschaften im Alltag wieder erkennen und mit geeignetem Vokabular beschreiben und klassifizieren,
- kennen grundlegende Sätze der ebenen Geometrie (z.B. Satz des Pythagoras, Satz über die Winkelsumme im Dreieck).

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- sind mit den gängigen Grössenarten (insbes.: Länge, Fläche, Volumen, Inhalt, Masse/Gewicht, Zeit, Geschwindigkeit) und ihren wichtigsten Masseinheiten vertraut,
- kennen den Aufbau des metrischen Systems und die Darstellung in Zehnerpotenzen,
- kennen die Vorsilben «Mega», «Kilo», «Dezi», «Centi» und «Milli» und können sie den entsprechenden Zehnerpotenzen zuordnen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Funktionen als eindeutige Zuordnung der Elemente zweier Mengen deuten,
- kennen die wichtigsten Fachausdrücke und Symbole im Zusammenhang mit Funktionen und ihrer graphischen Darstellung,
- können verschiedene Funktionstypen (insbes. lineare von nicht-linearen) unterscheiden.

DATEN UND ZUFALL

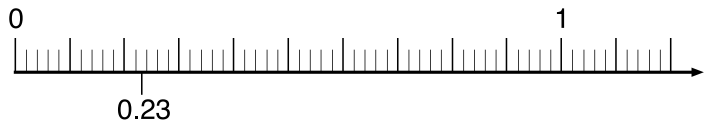
Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden Fachausdrücke der Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (u.a.: «Mittelwert», «absolute und relative Häufigkeit», «sichere, mögliche, unmögliche Ereignisse»),
- kennen verschiedene Darstellungsweisen von Daten (u.a. Wertetabellen, Balkendiagramme, Kreisdiagramme, Histogramme, Streudiagramme) und deren Bezeichnungen.

ILLUSTRATIONEN | WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | 11. SCHULJAHR

Zahl und Variable, Beispiel 1

68% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M93102



Zeichne unter dem Zahlenstrahl wie 0.23 ein:

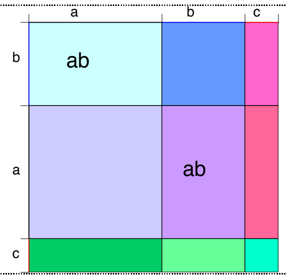
0.01; 0.59; 1.08

LÖSUNG Alle drei Zahlenwerte sind (unterhalb oder oberhalb des Strahls) eingezeichnet (± 0.02 bzw. ± 1 Einheit)
0.01 0.23 0.59 1.08

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Das Übertragen von Dezimalzahlen an die richtige Position auf dem Zahlenstrahl ist den meisten Lernenden vertraut. Die Aufgabe setzt eine Kenntnis des Stellenwertprinzips und der Schreibweise dezimaler Zahlen wie auch ein Verständnis für Skalen voraus. Hier muss die Schrittweite auf dem Strahl (0.02 bzw. 0.1 für die grösseren Einteilungen) erkannt werden. Vereinfachter Zugang:

Zahl und Variable, Beispiel 2

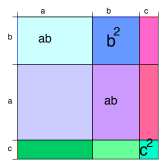
81% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M91101



Zwei Felder im Innern des Quadrats haben die Fläche a • b (siehe Abbildung).

Trage die Flächeninhalte c^2 und b^2 in die entsprechenden Felder ein!

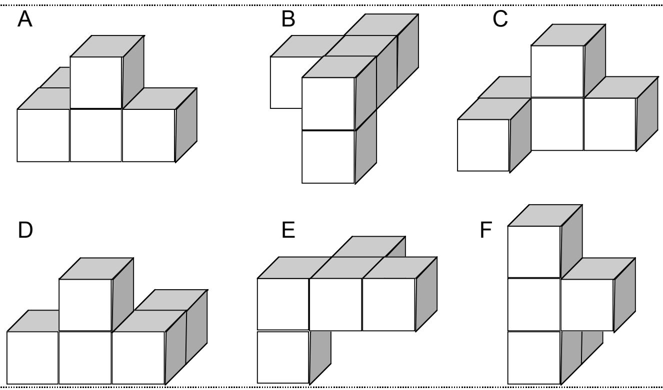
LÖSUNG Siehe Lösungsbild, b^2 und c^2.
Die Beschriftung weiterer Rechtecke wird unabhängig von deren Richtigkeit nicht bewertet.



CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lösung dieser Aufgabe setzt die Darstellung von Produkten durch Rechtecke (z.B. ab) sowie die Darstellung von Variablen durch Strecken (z.B. b) voraus.
Diese Zusammenhänge sind für den verständigen Umgang mit Binomen und Flächenberechnungen vorausgesetzt.

Form und Raum

70% Lösungshäufigkeit im Test (nur für die deutsche und französische Schweiz empirisch bestätigt) M93208



Die Abbildungen A bis F stellen zwei unterschiedliche Körper dar. Jeweils drei Abbildungen zeigen die gleiche Figur.

Welche beiden Figuren stellen den gleichen Körper wie Abbildung A dar?

A und …… und ……

LÖSUNG (A), B und E

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe testet die Fähigkeit, Körper in verschiedenen Lagen zu erkennen. Für Lernende, die solche «kopfgeometrischen» Aufgaben nicht durch mentales bzw. vorstellungsgestütztes Operieren lösen können, ist je ein Modell der beiden Körper bestehend aus fünf Würfeln hilfreich. Diese können in die entsprechenden Lagen gedreht und mit den Abbildungen verglichen werden.

Grössen und Masse, Beispiel 1

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Welche Gleichung ist falsch?

A 1 d = 24 h

B 24 h = 60 min

C 60 min = 3600 sec

D 1 h = 3600 sec

LÖSUNG B

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe setzt die Kenntnis der Bezeichnungen d, h, min, sec für die gängigen Zeiteinheiten voraus. Die einzige allenfalls nötige Operation 60 * 60 ist so einfach, dass sich die Aufgabe dem Kompetenzaspekt «Wissen, Erkennen und Beschreiben» zuordnen lässt.

Grössen und Masse, Beispiel 2

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Münze	Material	Durchmesser [mm]	Gewicht [g]	Höhe [mm]	Rand
	Cu 75%, Ni 25%	19.15	3.00	1.45	Glatt
	Cu 75%, Ni 25%	18.20	2.20	1.25	gerippt
	Cu 75%, Ni 25%	23.20	4.40	1.55	gerippt
	Cu 75%, Ni 25%	27.40	8.80	2.15	gerippt

Miss den Durchmesser des Frankenstücks in der Abbildung und vergleiche mit der Angabe in Wirklichkeit. Bestimme den Massstab.

Eine Massstabangabe stellt eine Division dar. 1:10 heisst: «Das Bild misst 1/10 des Originals».

A 1 : 1.5

B 1 : 3

C 1 : 0.3

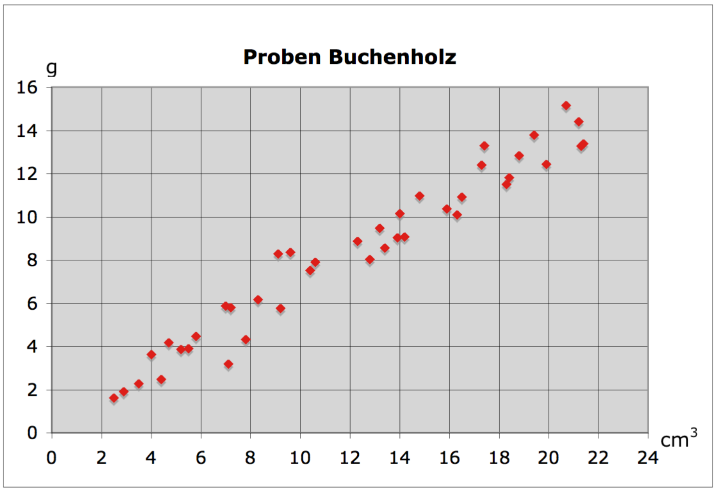
D 1 : 0.7

KRITERIUM Je nach Grösse der Abbildung, im Beispiel am ehesten 1 : 1.5.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Das Verständnis für Grössenangaben in Tabellen sowie das Wissen um die Schreibweise von Massstäben (wie 1 : 3) werden zum Lösen dieser Aufgabe benötigt. Die Antwortoptionen sind so gewählt, dass das Nachmessen in der Abbildung und ein Vergleich mit den Massangaben (oder mit dem Original) zur richtigen Lösung führt.

Funktionale Zusammenhänge

80% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M92501

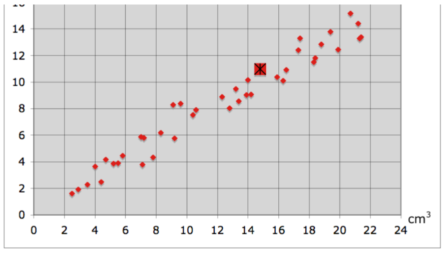


In einer Schulklasse werden Buchenholzstücke untersucht, indem das Volumen (in cm^3) und das Gewicht bzw. die Masse (in g) von vielen Holzstücken gemessen werden. Zur Messung des Volumens wurden die Holzstücke mit einer Pinzette in einen Messzylinder mit Wasser untergetaucht. Die Veränderung des Wasserstands in ml entspricht dem Volumen in cm^3.

Die Messwerte sind in der Graphik dargestellt. Der Graph zeigt die Abhängigkeit des Gewichts der Buchenstücke von deren Volumen.

Markiere den Punkt (14.8 cm^3 / 11 g) mit einem farbigen Kreis in der Graphik

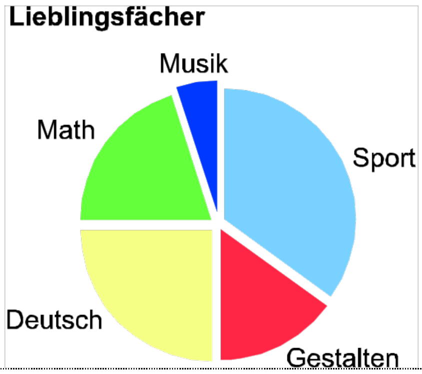
LÖSUNG Siehe Abbildung



CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Diese Aufgabe testet die Fähigkeit, Punkte in einem Koordinatensystem anhand der Koordinaten zu identifizieren. Das vollständige Verständnis des Aufgabentextes ist dabei keine Voraussetzung zum Lösen der Aufgabe. Es handelt sich um die erste Aufgabe aus einer Testumgebung zur Dichte von Buchenholz. Weitere Aufgaben aus dem gleichen Testheft werden weiter unten in diesem Dokument zur Illustration von andern Handlungsaspekten verwendet.

Daten und Zufall

78% Lösungshäufigkeit im Test M90601



Alle 20 Schülerinnen und Schüler einer Schulklasse geben ihr Lieblingsfach an. 3 Kinder mögen «Gestalten» besonders gerne.

Wie viele Kinder mögen

A Mathematik?

B Deutsch?

LÖSUNG Mathematik: 4 (3 wird auch toleriert)

Deutsch: 5 (wenn Mathematik → 3, wird 4 auch toleriert)

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe überprüft, ob die Lernenden Kreisdiagramme richtig lesen und bei einfachen nummerischen Zusammenhängen von der relativen Häufigkeit (Anteil am Kreis) auf die absolute Häufigkeit (Anzahl) schliessen können. Da die Fläche für das Fach «Deutsch» exakt einem Viertel der Kreisfläche, diejenige für «Mathematik» etwas weniger als einem Viertel entspricht, ist ein Ausmessen der Zentriwinkel der Sektoren nicht nötig.

4.2 OPERIEREN UND BERECHNEN 11. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | OPERIEREN UND BERECHNEN | MAHTHEMATIK | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können in einem bekannten und klar strukturierten Kontext einfache Berechnungen oder geometrische Operationen durchführen, die nur ein bis zwei Teilschritte erfordern. Die Teilschritte sind vorgegeben oder ergeben sich leicht aus dem Kontext.

Sie können Ergebnisse von Operationen abschätzen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Berechnungen in den vier Grundoperationen mit gewöhnlichen Brüchen, endlichen Dezimalbrüchen und einfachen Potenzen (insbes. wissenschaftliche Schreibweise) je nach Komplexität mündlich, halbschriftlich und/oder mit dem Taschenrechner durchführen und die Resultate schätzen und runden,
- können einfache Gleichungen und Gleichungssysteme lösen und Rechengesetze zur Vereinfachung von Termen nutzen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Figuren im Koordinatensystem darstellen, geometrische Grundkonstruktionen und -operationen anwenden und Berechnungen (aufgrund elementarer Sätze) durchführen,
- können Körper in verschiedener Weise darstellen und Kantenlängen, Flächen und Volumen schätzen und berechnen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Berechnungen mit Masszahlen (auch bei zusammengesetzten Einheiten, insbes.: Geschwindigkeit) durchführen und Grössenangaben von einer Einheit in eine andere umrechnen,
- können Entfernungen in die Wirklichkeit mit Hilfe von Karten und Massstabangaben berechnen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können bei einfachen Funktionen die Funktionswerte zu einer gegebenen Zahl aus einer Wertetabelle oder einer graphischen Darstellung ablesen bzw. aus einer Funktionsgleichung berechnen,
- können Berechnungen zur direkten und umgekehrten Proportionalität durchführen;
- können den Schnittpunkt zweier linearer Funktionen algebraisch und/oder graphisch bestimmen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können ausgehend von Messdaten, Wertetabellen oder bereits vorliegenden Diagrammen ein passendes Diagramm erstellen, absolute und relative Häufigkeiten berechnen und den arithmetischen Mittelwert bestimmen,
- können die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen experimentell, durch Überlegungen und mit Hilfe von Baumdiagrammen bestimmen.

ILLUSTRATIONEN | OPERIEREN UND BERECHNEN | 11. SCHULJAHR

Zahl und Variable, Beispiel 1

75% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M90403

Wie gross wird der Term T, wenn du die folgenden Werte einsetzt?

$x = 3$, $y = 4$, $p = 5$, $q = 6$

$T = (6 \bullet x : y) + (p \bullet (q – 1))$

LÖSUNG 29.5

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Diese Aufgabe erfordert das Auswerten eines Buchstabenterms, indem die Variablen durch vorgegebene Werte ersetzt werden. Da der Taschenrechner nicht verwendet wird, ist zur Lösung sowohl Kopfrechnen als auch ein richtiger Umgang mit Klammern erforderlich.

Zahl und Variable, Beispiel 2

65% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M90498

Rechne anstatt mit Variablen im Term T mit von dir frei gewählten Zahlen, sodass der Wert des Terms 100 ist.

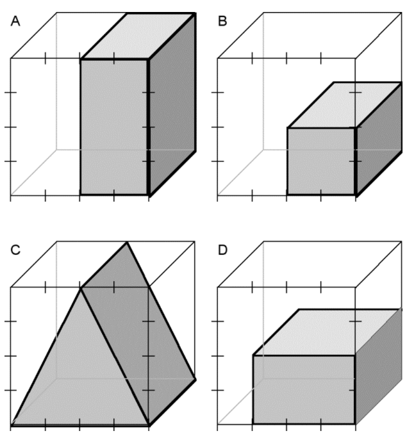
$T = (6 \bullet x : y) + (p \bullet (q – 1))$

KRITERIUM Viele Lösungen möglich: z.B.: $(6 \bullet 10 : 1) + (5 \bullet (9 – 1))$
Die vier Zahlen für p, q, x und y müssen nicht alle verschieden sein.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Ähnlich wie bei der vorhergehenden Aufgabe soll ein Term ausgewertet werden, wobei den Variablen nach Gutdünken Zahlen zugeordnet werden. Zum Finden einer Lösung ist es günstig, zuerst den Wert der beiden Klammern festzulegen (60 + 40, 0 + 100, 30 + 70, …). Im Test haben viele Lernende x = 0 gewählt und sich damit die Aufgabe geschickt vereinfacht. Die hohe Lösungshäufigkeit im Test ist teilweise durch die vorhergehenden Aufgaben der entsprechenden Testumgebung erklärbar, wo Fragen zum gleichen Term bearbeitet wurden.

Form und Raum

77% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M91601.1



Das Volumen der Würfel beträgt 1'000 cm^3,
die Kanten sind jeweils 10 cm lang.

Wie gross ist das Volumen der vier einbeschriebenen grauen Körper?

A V = cm^3

B V = cm^3

C V = cm^3

D V = cm^3

LÖSUNG A 500 cm^3; B 250 cm^3; C 500 cm^3; D 375 cm^3 (mindestens 3 Resultate korrekt)

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Je nach Lernstand lässt sich die Aufgabe mit «Wissen, Erkennen und Beschreiben» lösen. Die Lernenden bestimmen entweder die Kantenlängen in cm und berechnen damit die Volumen der Körper oder sie vergleichen die Volumen mit dem Würfel mit V = 1000 cm^3.

Grössen und Masse, Beispiel 1

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Gib in cm an.

A	1.5 m
B	0.83 m
C	720 mm

LÖSUNG A 150 cm; B 83 cm; C 72 cm

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden rechnen Längenangaben von einer Einheit in die andere um, wobei die Aufgabe bereits in der Jahrgangsstufe 8 zur Illustration der Basisstandards verwendet werden könnte. Die meisten Lernenden werden die Aufgabe lösen, indem sie das Komma um die entsprechende Anzahl Stellen verschieben.

Grössen und Masse, Beispiel 2

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Auf einer Karte
1: 25 000 misst eine Strecke 4 cm.

Wie lange ist sie in Wirklichkeit?

LÖSUNG 1 km oder 100‘000 cm oder 25'000 mal länger (grösser)

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Ähnlich wie bei der vorhergehenden Aufgabe wird hier die Kenntnis der Verhältnisse zwischen verschiedenen Längeneinheiten getestet. Einige wenige Lernende, werden die Aufgabe aus dem Gedächtnis lösen (→ Kompetenzaspekt «Wissen, Erkennen und Beschreiben»).

Funktionale Zusammenhänge

70% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M91707

Eine Bank bietet ein Jugendsparheft an.
Dazu veröffentlicht sie folgende Tabelle:

Kapital	Jahreszins (bei p = 4.5%)
Fr. 100.–	Fr. 4.50
Fr. 200.–	Fr. 9.00
Fr. 500.–	Fr. 22.50
Fr. 1'000.--	Fr. 45.00
Fr. 2'000.--	Fr. 90.00
Fr. 5'000.--	Fr. 225.00

Wer den Jahreszins für Fr. 700.– berechnen möchte, kann die Beträge für Fr. 500.– (Fr. 22.50) und Fr. 200.– (Fr. 9.–) addieren und erhält Fr. 31.50.

Gib an, wie du mit den Werten der Tabelle den Jahreszins für ein Kapital von Fr. 4'500.- berechnen kannst.

LÖSUNG

- 225 Fr. - 22.50 Fr. = 202.50 Fr.
- oder 90 Fr. + 90 Fr. + 22.50 Fr. = 202.50 Fr.
- oder 9 • 22.50 Fr. = 202.50 Fr.
- oder andere Berechnung mit den Werten aus der Spalte Jahreszins

Die Währung muss nicht notiert werden

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden berechnen bei dieser Aufgabe die Funktionswerte zu einer gegebenen Zahl, wobei zahlreiche verschiedene Vorgehensweisen möglich sind. Wer das Wesen von proportionalen Zuordnungen versteht, ist ohne Weiteres in der Lage, verschiedene Rechenwege zu skizzieren.

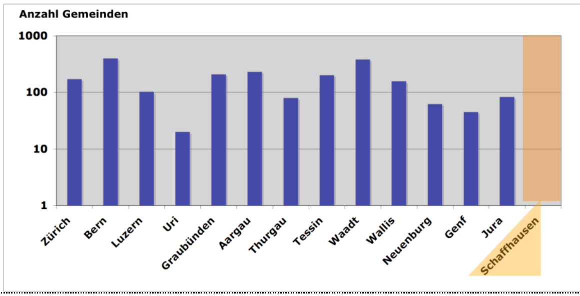
Daten und Zufall, Beispiel 1

87% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M92203

Abk.	Kanton	Fläche [km²]	Bevölkerung	Gemeinden	Bev.dichte
1 ZH	Zürich	1'729	1'250'000	171	723
2 BE	Bern	5'959	950'000	398	159
3 LU	Luzern	1'494	354'000	103	237
4 UR	Uri	1'077	35'000	20	33
5 SZ	Schwyz	908	136'000	30	150
6 OW	Obwalden	491	33'000	7	67
7 NW	Nidwalden	276	39'000	11	141
8 GL	Glarus	685	38'000	27	55
9 ZG	Zug	239	106'000	11	444
10 FR	Freiburg	1'671	245'000	182	147
11 SO	Solothurn	791	246'000	126	311
12 BS	Basel-Stadt	37	188'000	3	5067
13 BL	Basel-Land	518	263'000	86	508
14 SH	Schaffhausen	299	74'000	33	248
15 AR	Appenzell AR	243	54'000	20	222
16 AI	Appenzell IR	173	15'000	6	87
17 SG	St. Gallen	2'026	458'000	89	226
18 GR	Graubünden	7'105	187'000	208	26
19 AG	Aargau	1'404	558'000	231	398
20 TG	Thurgau	991	231'000	80	233
21 TI	Tessin	2'813	315'000	201	112
22 VD	Waadt	3'212	633'000	382	197
23 VS	Wallis	5'225	283'000	158	54
24 NE	Neuenburg	803	168'000	62	209
25 GE	Genf	282	420'000	45	1488
26 JU	Jura	839	69'000	83	82
Total	***Schweiz***	***41'285***	***7'348'000***	***2'773***	***178***

Zur Darstellung der Anzahl Gemeinden von einigen Kantonen wurde die y-Achse nicht wie gewohnt linear eingeteilt.

Studiere die Einteilung der Zahlen auf der y-Achse (Anzal Gemeinden) und zeichne die Anzahl Gemeinden für den Kanton Schaffhausen ganz rechts in der Graphik ein.

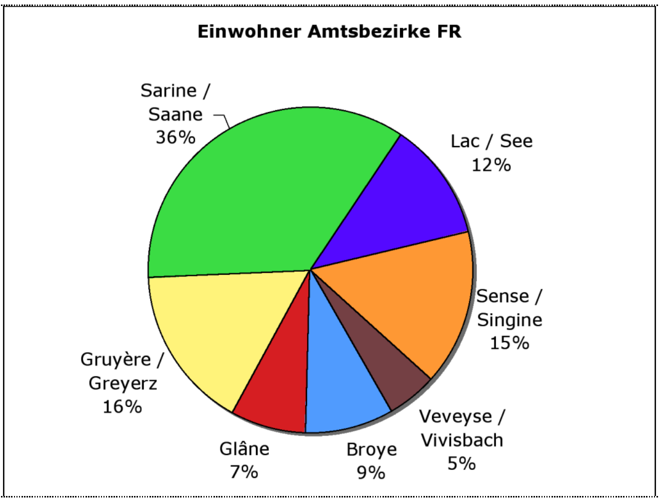


LÖSUNG Die Säule zu SH ist höher als die Säule zu UR und weniger hoch als die Säule zu JU.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden gehen bei dieser Aufgabe von Wertetabellen aus und zeichnen zu einem vorgegebenen Wert die ensprechende Säule. Günstig ist es, sich an vergleichbaren Balkenlängen zu orientieren, wobei es nicht nötig ist, die ungewohnte logarithmische Einteilung der y-Achse zu verstehen (→ «Modellieren und Mathematisieren»).

Daten und Zufall, Beispiel 2

85% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M90901



Im Diagramm links sind die Einwohnerzahlen der 7 Amtsbezirke des Kantons Freiburg in% dargestellt.

Der Kanton Freiburg hatte im Jahr 2004 254'000 Einwohner.

Wie viele Einwohner hatte der Bezirk Sarine/Saane?

LÖSUNG 91400 (± 600).

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe lässt sich auch dem Bereich «Funktionale Zusammenhänge» zuordnen. Ausgehend von einem Kreisdiagramm mit Angaben zur relativen Häufigkeit bestimmen die Lernenden die absolute Häufigkeit (Anzahl Einwohner) eines Bezirks.

4.3 INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN 11. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN | MAHTHEMATIK | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können unter Anleitung Zirkel, Geodreieck, Massstab, Taschenrechner, Nachschlagewerke und Computer für grundlegende Operationen und für die Darstellung einfacher Sachverhalte nutzen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen die wichtigsten Funktionen und Tasten eines Taschenrechners (+, –, /, *, =, x2, √x, 1/x, STO, RCL, ( ), yx),
- können ein Tabellenkalkulationsprogramm benutzen, um Datensätze darzustellen, einfache Gleichungen zu lösen und nummerische Explorationen durchzuführen,
- können Formelsammlungen, Nachschlagewerke und das Internet benutzen, um geeignete Formeln und Verfahren zur Lösung nummerischer Aufgabenstellungen finden.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal und Geodreieck zur Lösung geometrischer Probleme einsetzen,
- können (allein oder mit Hilfe) dynamische Geometriesoftware zur Repräsentation, Exploration und Problemlösung einsetzen,
- können Formelsammlungen, Taschenrechner und geeignete Software zur Berechnung von Längen, Flächen, Volumen einsetzen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können die gebräuchlichen Messinstrumente (Massstab, Winkelmesser, Waage, Stoppuhr, Messbecher) situationsgerecht auswählen, um Messungen (Längen, Winkel, Gewicht/Masse, Zeit und Geschwindigkeit, Volumen) durchzuführen,
- können den Taschenrechner oder ein Tabellenkalkulationsprogramm zur Berechnung der Masszahlen und für Umrechnungen benutzen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Taschenrechner und Computer (Tabellenkalkulation) zur Berechnung von Funktionswerten und zur graphischen Darstellung von Funktionen benutzen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Taschenrechner und Tabellenkalkulationssoftware benutzen, um mit nicht-banalen Mengen von Daten umzugehen,
- können geeignete Techniken zur Klassifizierung und Auswahl der Daten einsetzen und Graphiken (z.B. Säulendiagramme) erstellen,
- können den Taschenrechner benutzen, um einfache kombinatorische Berechnungen durchzuführen.

ILLUSTRATIONEN | INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN | 11. SCHULJAHR

Zahl und Variable

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

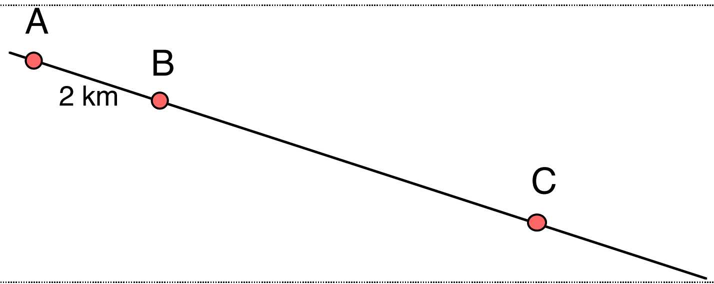
Berechne folgende Terme mit dem Taschenrechner.	A 7^3 B Die Wurzel aus 28 C 2 : 125

LÖSUNG A 243
B 5.3, 5.29…, oder 5.292… auf korrektes Runden achten
C 0.016

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe testet den korrekten Umgang mit einigen wichtigen Tasten und Funktionen eines Taschenrechners. Bei Teilaufgabe B wird die Anzeige des Taschenrechners allenfalls auf einige Stellen nach dem Komma gerundet.

Form und Raum

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisniveau)



«Miss» mit dem Zirkel.

Wenn es von A nach B 2 km sind, wie weit ist es dann von B nach C?

LÖSUNG 6 km

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden setzen bei dieser Aufgabe den Zirkel zur Lösung eines Problems ein, indem sie die Strecke von A nach B in den Zirkel nehmen und diese auf der Geraden (3 mal) abtragen, bis sie Punkt C erreichen.

Grössen und Masse

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisniveau)

Zeichne (z.B. mit Hilfe des Winkelmessers) Winkel
a) von 70°
b) von 100°

KRITERIUM Toleranzbereich 2°.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Das situationsgerechte Verwenden von Messgeräten lässt sich in Testsituationen nur sehr bedingt überprüfen, weshalb hier stellvertretend nach einer Messung mit dem Winkelmesser gefragt wird.

Funktionale Zusammenhänge

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisniveau)

Mit einer Formel wird in der Spalte B jeweils berechnet, wie teuer das in der Spalte A angegebene Gewicht Äpfel ist (z.B. 0.500 kg kostet 2.15).

Wie lautet wohl die Formel in B12?

Achtung: Drei Formeln liefern das richtige Resultat, nur eine ist jedoch vernünftig.

A =A12/4.3

B =4.3

C =A12*4.3

D =B11+0.43

	A	B
1		
2	kg	Fr
3	0.100	0.43
4	0.200	0.86
5	0.300	1.29
6	0.400	1.72
7	0.500	2.15
8	0.600	2.58
9	0.700	3.01
10	0.800	3.44
11	0.900	3.87
12	1.000	4.30
13	1.100	4.73
14	1.200	5.16
15	1.300	5.59
16	1.400	6.02
17	1.500	6.45

LÖSUNG C

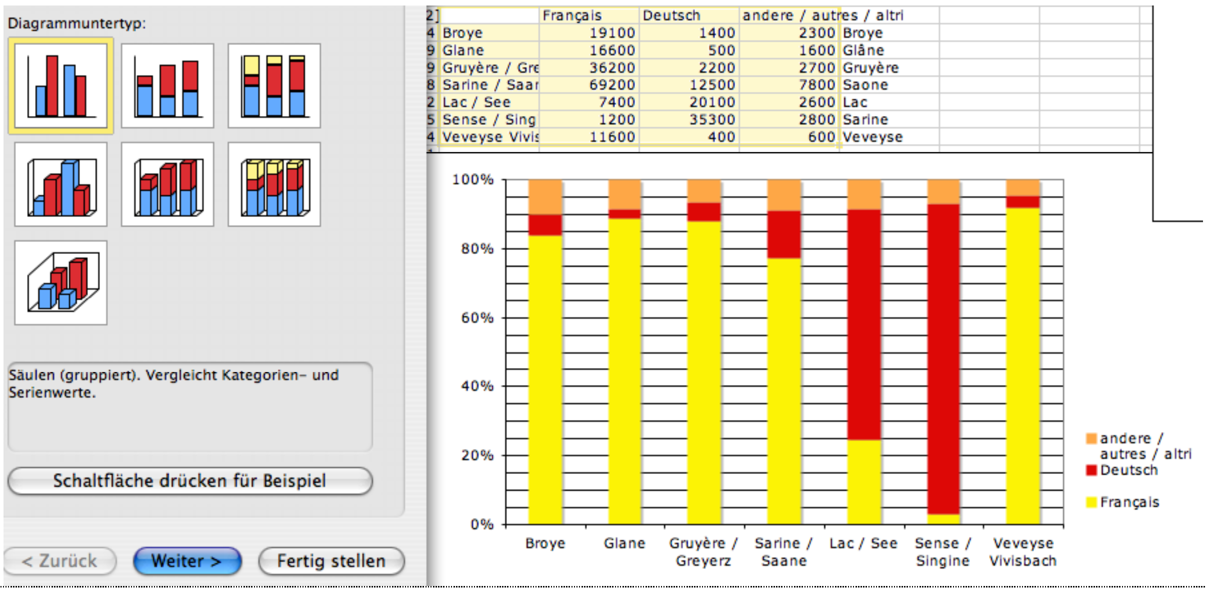
CHARAKTERISTIK DER AUFGABE In „Paper-pencil-Situationen" lassen sich Computeranwendungen nur sehr bedingt testen, da die konkrete Arbeit am Tabellenkalkulationsprogramm entsprechende Kenntnis oder die Bereitschaft zu einem explorativen Vorgehen voraussetzt. Die vorliegende Aufgabe kann daher die Arbeit am Computer nicht ersetzen.
Die Lösung setzt das Wissen voraus, dass der Quotient sich entsprechender proportionaler Wertepaare konstant ist (Proportionalitätsfaktor).

Daten und Zufall

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisniveau)

Welches der 7 Säulendiagramme (in der Abbildung links) muss gewählt werden, damit sich das rechts unten abgebildete Diagramm ergibt?

Kreuze das Diagramm an.



LÖSUNG Das dritte oder das sechste.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Wie bei anderen vorhergehenden Beispielen kann die Arbeit am Computer nur schlecht mit herkömmlichen Testaufgaben abgetestet werden. Bei dieser Aufgabe soll mit einem Tabellenkalkulationsprogramm ein Säulendiagramm erstellt werden. Das gewählte Diagramm zeigt prozentuale Anteile (Sprachen in den Amtsbezirken des Kt. Fribourg). Daher muss einer der beiden Diagrammtypen ganz rechts gewählt werden.

4.4 DARSTELLEN UND FORMULIEREN 11. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | DARSTELLEN UND FORMULIEREN MAHTHEMATIK | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können Darstellungen von anderen verstehen, die nur wenige und grundlegende Symbole, Fachausdrücke und Graphiken aufweisen, und eigene Überlegungen dazu mit eigenen Worten formulieren, wobei auch einzelne Fehler und Ungenauigkeiten vorkommen dürfen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können schriftlich formulierte Rechnungen und Begründungen von anderen nachvollziehen und eigene Rechnungen und Argumentationen so darstellen, dass sie für andere nachvollziehbar sind,
- können mit natürlicher und symbolischer Sprache, Skizzen und Zeichnungen Lösungsansätze und Lösungen arithmetischer und algebraischer Probleme darstellen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können aus geometrischen Darstellungen (Plänen, Zeichnungen Modellen usw.) problemrelevante Informationen entnehmen und selbst geeignete Darstellungen bei der Kommunikation mit anderen einsetzen,
- können Problemstellungen und Lösungsansätze mit Skizzen, Zeichnungen, Modellen usw. visualisieren und verdeutlichen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können aus Texten, Tabellen, Diagrammen, Schaubildern usw. Informationen zu Grössen und Massen entnehmen und für die Darstellung eigener Ansichten treffende Grössenvergleiche und situationsgerechte Darstellungen und Beschreibungen einsetzen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Informationen über funktionale Zusammenhänge zwischen Grössen erhalten und gewonnene Informationen in angemessener Weise darstellen und kommunizieren.

DATEN UND ZUFALL

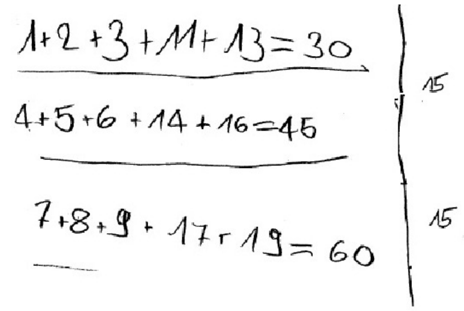
Die Schülerinnen und Schüler

- können Behauptungen und Argumentationen, bei denen Diagramme, Wertetabellen oder andere Formen statistischer Darstellung benutzt werden, nachvollziehen,
- können vorliegende statistische Darstellungen benutzen, um ihre eigenen Ansichten zu erläutern und ihre Behauptungen und Argumentationen zu belegen.

ILLUSTRATIONEN | DARSTELLEN UND FORMULIEREN | 11. SCHULJAHR

Zahl und Variable

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Was meint der Schüler aus der Primarstufe wohl mit der Zahl 15 am rechten Bildrand?

LÖSUNG Er meint, dass die Summe um 15 grösser wird. Formulierungen wie «es wird 15 grösser» werden toleriert.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Schülerin / der Schüler vollzieht schriftlich formulierte Rechnungen von jemand anderem nach. Es ist dabei ausreichend, die erhaltenen Summen mit den Zahlen ganz rechts zu vergleichen und die entsprechende Schlussfolgerung zu ziehen.

Form und Raum

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

In einem Formelheft steht die Formel V = G • h : 3
Sie gilt für Pyramiden.

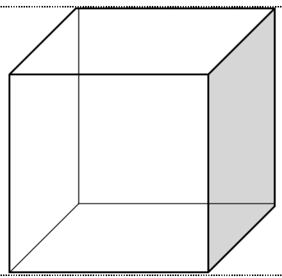
Zeige mit einer Skizze die Bedeutung von G und h.

LÖSUNG Individuelle Lösungen, Skizze von einer Pyramide (kein Kegel).
G = Grundfläche und h = Höhe müssen gekennzeichnet sein

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden zeigen bei dieser Aufgabe die Fähigkeit, einfache Formeln durch eine Skizze zu visualisieren und so geeignete Darstellungen zur Kommunikation einzusetzen. Um die Aufgabe zu lösen, müssen der Begriff «Pyramide» sowie die Bedeutung von G und h bekannt sein. Dass zahlreiche Lernende «Pyramide» mit «quadratischer Pyramide» gleichsetzen, ist in diesem Kontext nicht von Bedeutung.

Grössen und Masse

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



Unten stehender Würfel hat eine Seitenlänge von 1 m.
Hast du genügend Platz, um Dich im Innern des Würfels „zu verstecken"?

Wenn ja: färbe den Platz, den du brauchen würdest ein
(du brauchst dich nicht zu zeichnen).

Wenn nein: Wie lang müsste eine Seite eines solchen Würfels sein?

LÖSUNG Ja. Verschiedene Lösungen. Es ist mindestens 1/30, maximal 1/4 des Würfels eingefärbt.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Voraussetzung zur Lösung dieser Aufgabe sind tragfähige Vorstellungen zu 1 m^3 in Bezug zum eigenen Volumen (→ «Wissen, Erkennen und Beschreiben»). Im Kern zielt die Aufgabe jedoch auf die Fähigkeit, sein eigenes Volumen situationsgerecht darzustellen. Die Aufgabe lässt sich durch den Hinweis vereinfachen, dass im Würfel 1 000 Liter Wasser Platz finden.

Funktionale Zusammenhänge, Beispiel 1 — Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Stelle die Preise so dar, dass man auf einen Blick erkennen kann, welches Obst das teuerste / das günstigste ist.	Äpfel	3.70 Fr./kg
	Aprikosen	5.20 Fr./kg
	Orangen	2.20 Fr./kg
	Trauben	3.00 Fr./kg

LÖSUNG Darstellung (Säulendiagramm, Zeichnung mit Geldbeträgen, Funktionsgraphen oder eine Auflistung geordnet nach Preis), zu den Preisangaben, die zumindest das teuerste und das günstigste Produkt auf einen Blick erkennbar macht.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden stellen bei dieser Aufgabe den einfach fassbaren funktionalen Zusammenhang zwischen Menge und Preis dar. Die Art der Darstellung spielt dabei keine Rolle, entscheidend ist die Information, die sie übermitteln soll – den Preisvergleich zwischen verschiedenen Obstsorten.

Funktionale Zusammenhänge, Beispiel 2 — Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Stelle die Preise so dar, dass man erkennen kann, welches Obst das teuerste / das günstigste ist.	Birnen	307 g	1.25 Fr.
	Pfirsiche	424 g	2.30 Fr.
	Mandarinen	845 g	2.70 Fr.
	Ananas	560 g	3.25 Fr.

KRITERIUM Berechnung des Preises für eine Menge (z.B. 1 kg) und Darstellung wie bei der vorhergehenden Aufgabe und/oder Darstellung von Preis und Menge in einem Koordinatensystem.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden stellen bei dieser Aufgabe den einfach fassbaren funktionalen Zusammenhang zwischen Menge und Preis dar. Dazu müssen je nach Lösungsweg u.U. zuerst die Preise für eine bestimmte Menge berechnet werden. Es genügt z.B. den Preis für 100 g zu schätzen. Die Art der Darstellung spielt auch hier keine Rolle, entscheidend ist die Information, die sie übermitteln soll – den Preisvergleich zwischen verschiedenen Obstsorten..

Daten und Zufall — Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	20	1	2	3	4	5
2																									
3												x									x				
4								x			x														
5				x																		x			
6		x											x	x										x	x
7	x		x				x												x	x			x		
8																x		x							
9					x	x									x										
10										x							x								
11																									
12									x																

Max hat einige Male mit zwei Würfeln gewürfelt. Am Computer hat er folgendes Protokoll erstellt.

A Wie viele Versuche hat Max dargestellt?

B Weshalb ist diese Darstellung für sehr viele Versuche (z.B. 1000) ungeeignet?

LÖSUNG
A 25 mal
B Sie braucht zu viel Platz / sie ist zu aufwändig / sie ist schlecht lesbar oder andere Gründe

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Zur Lösung dieser Aufgabe interpretieren die Lernenden vorerst die vorliegende Darstellung, um in einem zweiten Schritt deren Eignung zu beurteilen. Dabei machen sie sich Gedanken zur Lesbarkeit und Praktikabilität von statistischen Darstellungen.

4.5 MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN 11. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | MAHTHEMATIK | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können (Alltags-)Probleme in ein mathematisches Modell überführen, wenn der Problemhorizont leicht erschliessbar ist und Standardmodellierungen vorgegeben sind oder durch den Kontext nahe liegen. Die dabei zu interpretierenden Texte, Tabellen, Graphiken usw. sind einfach, zur Modellierung werden nur ein oder maximal zwei Denkschritte benötigt.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Probleme und Aufgabenstellungen mit Hilfe von Zahlen und Variablen erfassen und mit arithmetisch/ algebraischen Konzepten (z.B. Ordnungsrelation, Operationen und Umkehroperationen) in Beziehung bringen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Alltagssituationen mit Hilfe von Geometrie interpretieren, Problemsituationen erfassen und erfolgreich modellieren,
- können ihre geometrischen Kenntnisse für Handlungsentscheidungen und für die Wahl geeigneter Mittel einsetzen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Alltagsprobleme, die eigene Messungen oder den Umgang mit Messgrössen erfordern (z.B. Flächeninhalt eines Zimmers, Geschwindigkeit beim Autofahren, Benzinverbrauch) lösen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können in (Alltags-)Situationen funktionale Zusammenhänge entdecken und zur Beschreibung und Lösung von Problemen nutzen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Alltagsprobleme auch unter statistischen und probabilistischen Gesichtspunkten interpretieren und angemessene Entscheidungen treffen,
- können die für eine Umfrage oder Datenerhebung relevanten Daten ermitteln, ordnen und weiterverarbeiten,
- können einfache kombinatorische Probleme des Alltags durch systematisches Ordnen, Zählen oder Berechnen lösen).

ILLUSTRATIONEN | MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | 11. SCHULJAHR

Zahl und Variable

88% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M93304.1

	Beispiel	Eigenes Beispiel	als Term
Denk dir eine Zahl	3		x
Verdopple diese Zahl	6		2x
Addiere 12	18		
Verdopple erneut	36		
Dividiere durch 4	9		
Subtrahiere 6	3		

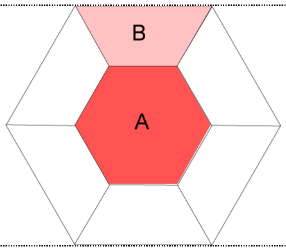
Führe die Anweisungen mit einem eigenen Beispiel durch (graue Spalte). Du erhältst wieder deine ursprüngliche Zahl.

KRITERIUM Ein eigenes Beispiel wurde berechnet.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe testet die Fähigkeit, Anweisungen mit Zahlen auszuführen bzw. mit Variablen auszudrücken. Die Zahlen in der Spalte «Beispiel» haben illustrativen Charakter und sollen das Verständnis der Anweisungen erleichtern.

Form und Raum

83% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M91002



Wie viel mal so gross wie die Fläche eines Tisches (B) ist die eingefärbte Fläche (A) innerhalb der Tische?

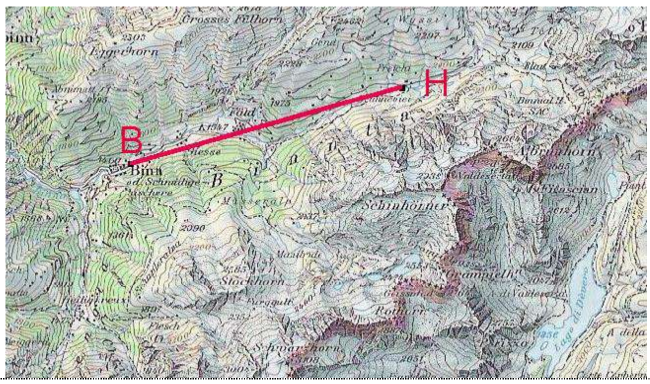
LÖSUNG Doppelt so gross

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe ist Teil einer Testumgebung. Die ersten Aufgaben der Testumgebung drehen sich um Form, Fläche und Winkel eines einzelnen Tisches (B). Im vorliegenden Fall müssen zwei Formen (A und B) erfasst und zueinander in Beziehung gesetzt werden. Einige Lernende bilden dabei für sie neue gedankliche Modelle, andere erfassen die Situation sofort (→ «Wissen, Erkennen und Beschreiben»). Die Lösung wird offensichtlich, wenn die Fläche A horizontal in zwei kongruente (symmetrisch liegende) Trapeze geteilt wird.

Grössen und Masse

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard, Teilaufgabe A oder B)

Auf der Karte 1 : 100'000 misst die horizontale Distanz zwischen Binn und dem Weiler H genau 5 cm. Binn liegt auf 1004 müM, H auf 1504 müM.



A Wie lang ist die Strecke in Wirklichkeit? …… km

Schätze: Wie weit ist der Fussweg von B nach H in Wirklichkeit?

B B und H liegen 500 Höhenmeter auseinander. Das entspricht einer durchschnittlichen Steigung von 10%.

Zeichne ein Dreieck mit einer Steigung von 10%.

LÖSUNG A 5 km und Schätzung zwischen 6 und 14 km
B Ein rechtwinkliges Dreieck mit dem Kathetenverhältnis 10 : 1 wird gezeichnet

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Für Lernende mit Routine beim Lösen derartiger Aufgaben, sind Kompetenzen zu «Operieren und Berechnen», andernfalls zu «Mathematisieren und Modellieren» gefordert. Zur Lösung muss vorerst die Länge der Strecke berechnet werden und für den Fussweg eine etwas längere Strecke angenommen werden. Zur Lösung von Teilaufgabe B wird die Vertikaldistanz (500 m, 10%) in Bezug zur Horizontaldistanz (5 km, 100%) gesetzt.

Funktionale Zusammenhänge

68% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M92102

Die Einkäuferin von «mkz» kauft in Italien 2'000 Lederjacken zum Preis von je Fr. 200 ein.

Die Jacken werden je für Fr. 500 verkauft.

Nehmen wir an, «mkz» verkauft alle 2'000 Jacken.

Welche der folgenden Aussagen ist dann korrekt?

Kreuze die richtige Aussage an.

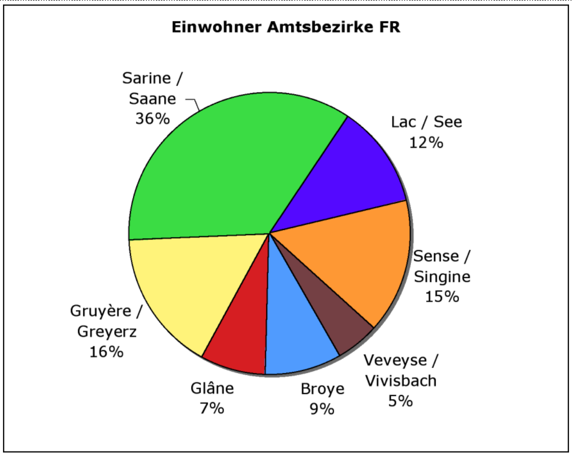
A ☐ Die Jacken werden mit mehr als 100% Gewinn verkauft.
B ☐ Die Jacken werden mit weniger als 100% Gewinn verkauft.
C ☐ Der Gewinn kann nie mehr als 100% betragen.
D ☐ Der Gewinn beträgt genau 100%.

LÖSUNG A

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aussage A beschreibt als einzige der vier Aussagen den funktionalen Zusammenhang (Einkauf für 200 Fr., Verkauf für 500 Fr.) richtig. Das entsprechende mathematische Modell (200 Fr. – 100%, 300 Fr. – 150%) ist zwar einfach, muss jedoch aus dem Kontext erarbeitet werden.

Daten und Zufall

73% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M90902



Der Kanton Freiburg hatte 2004 254'000 Einwohner, verteilt auf 7 Bezirke.

Welche Aussagen sind «wahr», welche «falsch»?

A Die beiden Bezirke mit den wenigsten Einwohnern haben zusammen weniger als halb so viele Einwohner wie der Bezirk mit den meisten Einwohnern.
☐ wahr ☐ falsch

B Mehr als die Hälfte der Einwohner leben in den Bezirken Greyerz und Saane.
☐ wahr ☐ falsch

C Der kleinste Amtsbezirk hat weniger als 10'000 Einwohner.
☐ wahr ☐ falsch

D Im Durchschnitt lebt fast jeder sechste Freiburger im Bezirk Greyerz.
☐ wahr ☐ falsch

E Genau ein Viertel der Freiburger wohnen im Bezirk Sense.
☐ wahr ☐ falsch

LÖSUNG A wahr, B wahr, C falsch, D wahr, E falsch Basisniveau: mindestens 4 Aussagen richtig beurteilen.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden beurteilen bei dieser Aufgabe einfache statistische Aussagen, indem sie das Diagramm interpretieren und einfache Berechnungen ausführen, wobei ein Überschlagen ausreicht.

4.6 ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN 11. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN | MAHTHEMATIK | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können einfache Aussagen oder Phänomene durch Angabe eines konkreten Beispiels, durch Nutzen oder Auswerten vorhandener Daten oder durch nahe liegende Argumente begründen oder falsifizieren.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Behauptungen über nummerische, arithmetische und algebraische Gesetzmässigkeiten begründen,
- können komplexere Argumentationen und Rechnungen in mehrere Teilschritte gliedern und über ihre Vorgehensweise Rechenschaft ablegen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können die Richtigkeit einfacher Formeln, das Bestehen von Beziehungen und Sachverhalten mit Hilfe geometrischer Eigenschaften begründen,
- können Vermutungen über einfache Sätze der Geometrie anstellen und Argumente dazu entwickeln.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Behauptungen über Grössen und Grössenverhältnisse begründen, indem sie auf geeignete Messungen Bezug nehmen und nötige Umrechnungen vornehmen,
- können Entscheidungen rechtfertigen, indem sie sich auf Messgrössen und Normen beziehen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Entscheidungen (z.B. Kauf- und Vertragsentscheidungen) durch Analyse der funktionalen Zusammenhänge plausibel machen, Behauptungen über funktionale Zusammenhänge mit Tabellen, Graphen und Rechnungen belegen und einfache Argumentationen führen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler
- können Behauptungen die sich auf Datensätze, Diagramme und andere statistische Darstellungen stützen, kritisch nachvollziehen und eigene Behauptungen mit Hilfe von statistischen Darstellungen und Berechnungen begründen,
- können Begründungen für Behauptungen geben, die sich auf die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen beziehen.

ILLUSTRATIONEN | ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN | 11. SCHULJAHR

Zahl und Variable, Beispiel 1 — 80% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M90809.1

Die Summe n + (n + 1) + (n + 2) ist immer durch drei teilbar.

Wähle für n eine Zahl und prüfe, ob die Aussage für diese Zahl stimmt.

LÖSUNG Ein Beispiel wird korrekt berechnet.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lösung der Aufgabe erfordert zumindest einen Einstieg in die Argumentation. Dazu muss die Behauptung verstanden und mit mindestens einem Beispiel illustriert werden. Eine allgemeine Begründung wird leichter gefunden, wenn einige Beispiele gesammelt und systematisch geordnet werden (z. B. für n = 1, 2, 3, …6).

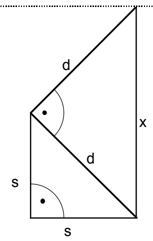
Zahl und Variable, Beispiel 2 — 89% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M93107.1

$6^2 = 36$ $7^2 = 49$ $6^2 + 6 + 7 = 7^2$ $36 + 6 + 7 = 49$	Wähle zwei aufeinander folgende natürliche Zahlen (z.B. 10 und 11) und untersuche, ob der Rechentrick auch hier funktioniert.

LÖSUNG Ein Beispiel wird korrekt berechnet.
Allgemeine Lösung: • Mit Termumformung; $a^2 + a + a + 1 = a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2$.
Durch Termumformungen wird gezeigt, dass die Aussage stimmt, bzw. dass die linke und rechte Seite der Gleichung äquivalent sind.
Oder • mit einer Skizze / mit Worten: Einem Quadrat mit der Seitenlänge a werden zwei Streifen (mit Breite 1) hinzugefügt, der eine mit der Länge a, der andere mit der Länge a + 1. Es entsteht ein Quadrat mit der Seitenlänge a + 1.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe verlangt lediglich den ersten Schritt einer Begründung: Das Übertragen eines Sachverhalts auf ein eigenes Beispiel. Im Test haben fast alle Lernenden diesen ersten Schritt erfolgreich absolviert. Es könnten weitere Zahlen untersucht werden, bevor die Aussage allgemein bewiesen wird. Ein Beweis kann algebraisch oder geometrisch (die Seitenlängen eines Quadrates mit der Seite a werden um 1 verlängert) erfolgen.

Form und Raum — 65% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M92905

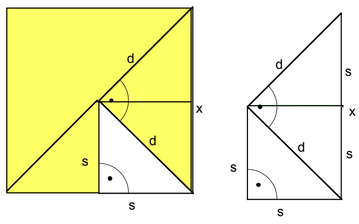


Zeige mit einer Zeichnung oder Berechnung, dass x doppelt so lang ist wie s.

Es gilt also: x = 2s.

Für die Berechnung kannst du s = 10 cm wählen!

LÖSUNG Ergänzen der Zeichnung zu einem grossen Quadrat (oder zu einem grossen Dreieck mit der Hypothenuse 2d) mit x = 2 s ergänzt (Abb. links) oder Aufteilen in drei kongruente Dreiecke (Abb. rechts)



Berechnung:
$d = \sqrt{2}s$ $x = \sqrt{2}d$ → $x = 2s$
oder s= 10 cm $d = \sqrt{200}$ cm, OR 14.1 cm
$x = \sqrt{(14.12^2 + 14.12^2)} = 20$ cm

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe thematisiert Verhältnisse zwischen Seitenlängen einfacher Figuren (Quadrate und rechtwinklig gleichschenklige Dreiecke) und deren Begründung. Durch Berechnen oder Ergänzen der Zeichnung soll gezeigt werden, dass s halb so lang wie x ist.

Grössen und Masse

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Es ist üblich, die Länge eines Schulwegs in m oder km anzugeben, jedoch nicht in cm. Weshalb nicht?

LÖSUNG

A Weil man dazu (zu) grosse Zahlen verwenden müsste
B oder weil man sich unter solchen Angaben nichts vorstellen kann
C oder weil die Angabe in cm nicht genau erfolgen bzw. kaum gemessen werden kann
- oder andere nachvollziehbare Begründungen
- zu behaupten, dass eine Angabe in cm unüblich ist, ist nicht ausreichend

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Eine Aussage zu Grössenverhältnissen (Schulweg im Verhältnis zur Einheit cm) soll bei dieser Aufgabe begründet werden. Den drei verschiedenen Begründungsansätzen (A, B, C, siehe Lösung) gemeinsam ist die Vorstellung, dass die Wahl der Einheit aufgrund der Situation zu erfolgen hat. Die Angabe nur einer Begründung im Test ist ausreichend.

Funktionale Zusammenhänge

69% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M91308

Diese Aufgabe wurde aufgrund der stark unterschiedlichen Lösungshäufigkeit nur für das Basisniveau der deutschen und der italienischen Schweiz validiert.

Herr Rossi eröffnet ein Konto mit einem Kapital von 50'000 und einem Zinsfuss von 4%.
Nach einem Jahr ist sein Konto um 2'000 Fr. auf 52'000 Fr. angewachsen,
nach 2 Jahren nochmals um 2'080 Fr. auf 54'080 Fr.
Weshalb erhält Herr Rossi im zweiten Jahr mehr Zins als im ersten Jahr?

LÖSUNG Der Zins vom ersten Jahr wird im zweiten Jahr mitverzinst. Oder rechnerisch; z.B. 52'000 • 1.04.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe fordert eine Begründung, weshalb der Zins unter bestimmten Umständen von Jahr zu Jahr anwächst. Eine Analyse zeigt, dass das Kapital nur scheinbar konstant ist, da der Zins jährlich dem Kapital zugerechnet wird (Zinseszins). Die Aufgabe wurde so gestellt, dass die Aussage bei Bedarf zuerst rechnerisch überprüft werden kann, um sie erst in einem zweiten Schritt zu begründen.

Daten und Zufall

82% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M92802

Tage Jours Giorni	Erwachsene Adultes Adulti CHF	Kinder Enfants Bambini (6 - 15) CHF	Eltern Parents Genitori CHF	Kinder mit Eltern enfants avec parents bambini con genitori CHF
1	54	31		
2	95	55		
3	136	78	122	70
4	175	100	158	89
5	210	120	189	108
6	236	135	212	121
7	271	155	244	139
8	297	170	267	152
9	323	184	391	165
10	348	199	313	178
11	374	213	337	191
12	392	224	353	201
13	408	233	367	209
14	422	241	380	216
15	434	248	391	223

Walter ist 13-jährig und möchte 5 Tage Skifahren, 2 Tage Pause machen und dann nochmals 5 Tage Skifahren.

Soll er eine Mehrtageskarte für 12 oder zwei für 5 Tage kaufen?

Begründe.

LÖSUNG zwei 5-Tageskarten: 240 CHF (OR 216 CHF Begleitung Eltern)
12-Tageskarte: 224 CHF (OR 201 CHF Begleitung Eltern)
Begründung: Die 12-Tageskarte ist günstiger (auch ohne sichtbare Rechnung)

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lösung der Aufgabe bedingt eine rechnerische Analyse der vorliegenden Daten. Aus dem Preisvergleich zwischen den beiden Kaufvarianten lässt sich der leicht begründbare Entscheid ableiten, eine 12-Tageskarte zu kaufen.

4.7 INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE 11. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | MAHTHEMATIK | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können gegebene leicht verständliche Aussagen, Darstellungen und Ergebnisse unterschiedlicher Herkunft durch Berechnen, Skizzieren oder logische Überlegungen interpretieren und überprüfen. Dabei sind allfällig notwendige Modellierungen durch den Kontext vorgegeben.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können nummerische Darstellungen und Behauptungen von anderen, ebenso wie selbst berechnete Resultate durch Kontrollrechnungen und durch Vergleich mit der Realität überprüfen,
- nehmen gelöste nummerische Probleme zum Anlass, über die Brauchbarkeit der eingesetzten Mittel, die mögliche Verallgemeinerbarkeit des Ergebnisses und die Übertragbarkeit der Methoden auf andere Probleme nachzudenken.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können gefundene Resultate aus der Geometrie und aus anderen mathematischen Bereichen unter geometrischem Aspekt interpretieren und reflektieren,
- können geometrische Resultate überprüfen und ihre Verwendbarkeit für zukünftige Problemlösungen überdenken.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Darstellungen und Behauptungen von anderen, ebenso wie selbst erstellte Resultate, die sich auf Grössen und Messungen beziehen, durch Kontrollrechnungen und Vergleich mit der Realität überprüfen,
- können einschätzen, ob die in einem Resultat verwendeten Einheiten und Grössenordnungen von Masszahlen der gegebenen Problemsituation gerecht werden und zu einer sinnvollen Genauigkeit führen,
- nehmen gefundene Grössenbestimmungen zum Anlass, um Grössenvergleiche anzustellen und bestehende Meinungen zu Grössen und Grössenverhältnissen zu überdenken.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können verschiedene Methoden zur Lösung einfacher linearer Gleichungen (z.B. systematisches Probieren, Auflösen von Gleichungen, graphische Lösung eines Problems) zur Ergebniskontrolle einsetzen und die Zweckmässigkeit der Methoden miteinander vergleichen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Aussagen und Entscheidungen, die sich auf Wahrscheinlichkeiten und statistische Angaben stützen, reflektieren und hinterfragen,
- können prüfen, ob die von anderen oder von ihnen selbst gewählten Darstellungsmittel korrekt angewendet und zur Veranschaulichung geeignet sind.

ILLUSTRATIONEN | INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | 11. SCHULJAHR

Zahl und Variable

89% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M90404

Welche Klammern kannst du weglassen, ohne dass sich am Resultat etwas ändert? Markiere diese Klammern mit einem Farbstift.	T = (6 • x : y) + (p • (q – 1))

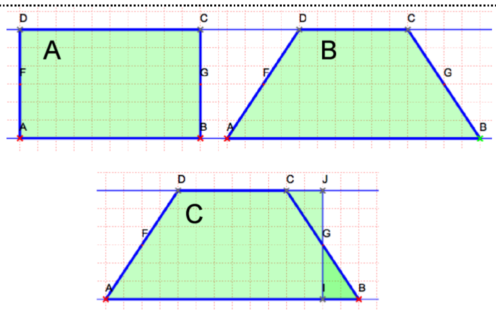
LÖSUNG T = 6 • x : y + p • (q – 1)

Beim Basisstandard wird erwartet, dass mindestens eine der beiden Klammern korrekt identifiziert wurde und dass die Klammer um (q-1) belassen wird. 30% der Lernenden haben beide nicht notwendigen Klammern markiert.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe kann je nach Lernstand auch den Handlungsaspekten «Operieren und Berechnen» oder «Wissen, Erkennen und Beschreiben» zugeordnet werden. Ein vorgegebener Term soll interpretiert und auf allfällig mögliche Vereinfachungen überprüft werden. Dies bedingt die Kenntnis von Rechenregeln (Punkt vor Strich) sowie der Bedeutung von Klammern.

Form und Raum

83% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M92002



Marco behauptet, dass Rechteck A und Trapez B den gleichen Flächeninhalt haben.

Lässt sich das zeigen?

Du kannst für deine Erklärung die Figur C benutzen.

LÖSUNG Die Lösung (Skizze und/oder Worte) macht folgenden Zusammenhang klar:

- Beim Rechteck (A) wurden zwei Dreiecke entfernt und (in gespiegelter Lage) wieder angesetzt.
- oder zwei rechtwinklige Dreiecke werden links und rechts aus dem Rechteck geschnitten und (in gespiegelter Lage) wieder angesetzt → Trapez
- oder rechnerische Lösung, die die Gleichheit der Flächeninhalte von Dreieck und Rechteck zeigt.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe fordert dazu auf, einen geometrischen Sachverhalt (verschiedene Figuren, gleicher Flächeninhalt) zu überprüfen bzw. zu erklären. Die Erklärung kann mittels Skizzieren, Berechnen oder rein argumentativ erfolgen.

Grössen und Masse, Beispiel 1

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Weshalb sind folgende Aussagen falsch?

A 20 m > 10 cm^2

B 1 m^3 ist ein Würfel

C Die Oberfläche eines Quaders kann man in cm angeben.

LÖSUNG Für den Basisstandard werden 2 (von 3) korrekte Begründungen erwartet. Mögliche Begründungen:

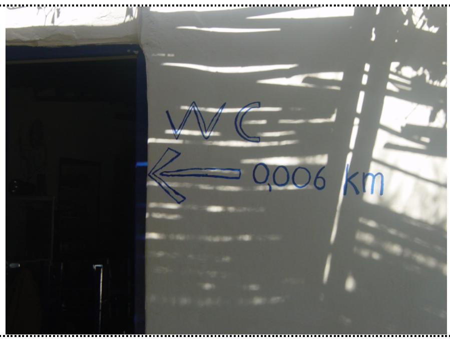
A Eine Fläche kann man nicht mit einer Länge vergleichen

B Es kann auch eine andere Form haben oder es kann auch ein Qauder sein oder ähnliche Begründungen

C Man kann die Oberfläche in cm^2 angeben oder die Fläche kann nicht mit einer Länge angegeben werden

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden beurteilen bei dieser Aufgabe, ob die verwendeten Einheiten den gegebenen Situationen gerecht werden. Zur Lösung derartiger Aufgaben sind tragfähige Vorstellungen von Längen, Flächen und Volumen sowie der entsprechenden Masseinheiten notwendig.

Grössen und Masse, Beispiel 2 Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)



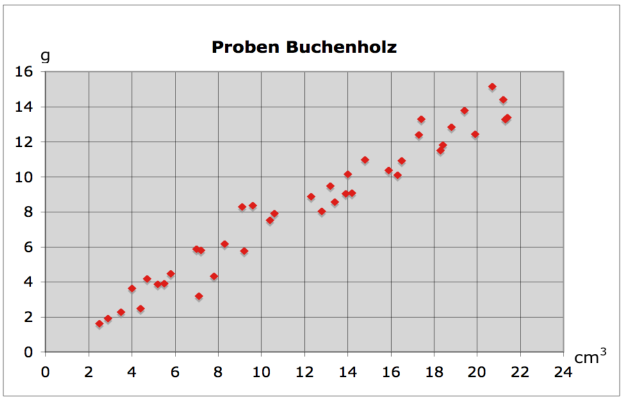
A Gib neben stehende Information (WC <-- 0.0006 km) in einem Satz wieder.

B Inwiefern ist sie ungewöhnlich?

LÖSUNG A Bis zur Toilette sind es 0.006 km oder 6 m
B Die Distanz wird in der Regel gar nicht angegeben
oder Die Distanz müsste man in m angeben

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Bei dieser Aufgabe geht es um eine Stellungnahme zu einer Masszahl, die in diesem Kontext eher ungewöhnlich ist. Die angegebene Einheit (km) wird der Situation nicht gerecht, was in irgend einer Form in der Antwort ersichtlich sein sollte.

Funktionale Zusammenhänge 85% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M92505



Lorena misst bei einem Holzstück von 20 cm^3 ein Gewicht bzw. eine Masse von 7 g.

Beurteile ihre Messung.

Was sagst du ihr?

LÖSUNG
- Sie hat falsch gemessen
- oder das Material ist nicht Buchenholz
- oder die Dichte dieses Stücks ist 0.35 g/cm^3
- oder andere Bemerkungen, die darauf hinweisen, dass die Messung nicht zu den übrigen Messungen passen.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe stammt aus einer Testumgebung mit gleich bleibendem Kontext, was die Lösungshäufigkeit begünstigt hat. Die Lernenden setzen die graphische Darstellung zur Ergebniskontrolle bzw. zum Vergleich mit einer neuen Messung ein. Werden die Koordinaten (20/7) im Koordinatensystem eingetragen, lässt sich leicht feststellen, dass Lorenas Messung nicht zu den in der Graphik festgehaltenen Messungen passt.

Daten und Zufall, Beispiel 1 67% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M90607

Lieblingsfächer: Du vermutest, dass die Knaben «Sport» bevorzugen, während die Mädchen «Sport» und «Gestalten» etwa gleich häufig angeben würden. Du möchtest deine Vermutungen in einer Befragung klären. Welche zwei der folgenden Fragen muss deine Befragung enthalten?	A Wie alt bist du? B Bist du weiblich oder männlich? C Wo wohnst du? D Was ist dein Lieblingsfach? E Bevorzugst du «Sport» oder «Gestalten» oder magst du beide Fächer etwa gleich gerne?

LÖSUNG B und E oder B und D (aber nicht B, D und E)

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Diese Aufgabe stand ursprünglich im Kontext einer Testumgebung. Die Interpretation und Reflektion bezieht sich hier auf die fünf gegebenen Fragen A – E und daraus abzuleitende Hypothesen. Die Lernenden überlegen, wie sie eine Vermutung (ein wahrscheinliches Ergebnis) durch die Konzeption eines Fragebogens bestätigen oder widerlegen können. Es gilt zu merken, dass die Fragestellungen A und C keinen Bezug zur Hypothese haben.

Daten und Zufall, Beispiel 2 67% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M90908

Das Wallis hat mit 54 Einwohnern/km^2 eine ganz geringe Bevölkerungsdichte,
gehört aber mit 283'000 Einwohnern zu den bevölkerungsreichsten Kantonen.

Wie ist das möglich?

LÖSUNG
- VS hat eine grosse Fläche
- oder VS gehört zu den grössten Kantonen
- oder: Im VS gibt es viele unbewohnte Gebiete
- oder: Die Antwort macht klar, dass die Dichte von der Grösse des Kantons abhängt.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE In der Testumgebung, in deren Kontext diese Aufgabe ursprünglich stand, werden Daten zur Schweizer Wohnbevölkerung diskutiert. Hier gilt es durch logisches Überlegen einen Bezug zwischen zwei Spalten einer demographischen Tabelle (hier nicht abgebildet) herzustellen bzw. den Flächeninhalt als Bezugsgrösse zwischen der Bevölkerungsdichte und der Anzahl Einwohner zu identifizieren.

4.8 ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN 11. SCHULJAHR

BASISSTANDARD | ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN | MAHTHEMATIK | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können zu einer Aussage oder einem Sachverhalt ausgehend von einem Beispiel weitere Beispiele finden und Systeme mit wenigen Elementen und einfacher Struktur durch Variieren einzelner Elemente untersuchen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können nummerische, arithmetische und algebraische Zusammenhänge erkunden und erforschen,
- durch systematisches Variieren von Zahlen, Ziffern oder Operationen Lösungen und Hypothesen finden und durch selbst gewählte Zahlenbeispiele Verallgemeinerungen auf die Probe stellen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können sich noch unbekannte geometrische Gebiete und Sachverhalte explorieren, Vermutungen formulieren und durch systematische Tests bestätigen oder widerlegen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Situationen durch explorative Messversuche erkunden und Eigenschaften, Relationen, Muster und Strukturen durch geeignete Grössenangaben und Grössenvergleiche erfassen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Vermutungen über funktionale Zusammenhänge in der Realität und in der Mathematik anstellen und testen,
- können Erkenntnisse im Zusammenhang mit Funktionen und ihren graphischen Darstellungen durch eigene Untersuchungen und Überlegungen gewinnen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können statistische, probabilistische und kombinatorische Zusammenhänge erkunden und erforschen, durch Gedankenexperimente und Zufallsexperimente Lösungen und Hypothesen finden und erproben.

ILLUSTRATIONEN | ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN | 11. SCHULJAHR

Zahl und Variable

70% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M92307

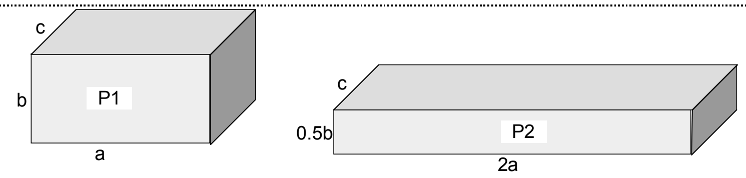
a + b = 100 z.B. a = 53, b = 47 a und b sind natürliche Zahlen.	Wie viele solche Additionen mit der Summe 100 gibt es? Stelle deinen Lösungsweg kurz dar.

LÖSUNG Je nachdem wie gezählt wird (mit / ohne 0 sowie vertauschte Summanden doppelt zählen oder nicht), ergeben sich 50, 51, 99, oder 101 Additionen. Ebenso richtig bewertet wird die Antwort 100.
Die Lösung gibt zumindest einen minimalen Einblick in den Lösungsweg.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden erschliessen bei dieser Aufgabe einen nummerischen Zusammenhang, indem sie zu einer gegebenen Summe (100) die Summanden systematisch variieren. Die Verallgemeinerung der Aufgabe (wie viele Additionen mit der Summe n gibt es), würde das Niveau des Basisstandards sprengen, eine Vereinfachung der Aufgabe (z.B. wie viele Additionen mit der Summe 6 gibt es?) wäre zwar möglich, würde den explorativen Charakter der Aufgabe aber beeinträchtigen (es liessen sich dann alle Summen aufschreiben und explizit abzählen).

Form und Raum

65% Lösungshäufigkeit im Test 2007 M90702



P1 und P2 haben das gleiche Volumen.
P1 mit den Kantenlängen a, b, c
P2 mit den Kantenlängen 2a, 0.5b, c

Gib die Kantenlängen von einem weiteren Quader P3 mit dem gleichen Volumen an.

LÖSUNG Das Produkt der drei Seitenlängen muss abc ergeben. Die Kantenlängen von P1 und P2 (1,1,1 bzw, 2, 1, 0.5) werden jedoch nicht wiederholt. Der Quader muss nicht skizziert werden. Beispiel: 0.5a, 0.5b. 4c.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Diese Aufgabe setzt das Berechnen von Quadervolumen voraus. Sie lässt sich lösen, indem für zwei der Kantenlängen neue Werte gesucht bzw. bestimmt werden und die dritte Kantenlänge daraus berechnet wird. Ein rechnerischer Aufwand kann mit Lösungen wie 1/3a, b, 3c oder 1/4a, b, 4c vermieden werden.

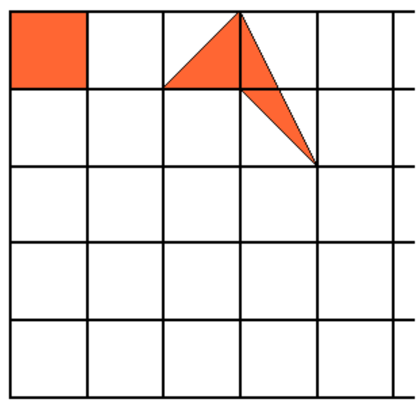
Grössen und Masse

Nicht getestet (konstruiert nach den Kriterien zum Basisstandard)

Im Gitter sind zwei verschiedene Figuren mit der Fläche von einem Häuschen abgebildet.

Bei beiden Figuren liegen die Ecken auf Rasterpunkten.

Zeichne eine weitere gleich grosse Figur.



LÖSUNG zahlreiche Möglichkeiten. U.a. ist der Flächeninhalt aller Vierecke, wo die Eckpunkte auf Rasterpunkten liegen und kein Rasterpunkt im Innern der Figur liegt 1.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe könnte auch ‚Form und Raum' zugewiesen werden. Das Explorieren mit Masseinheiten setzt in der Regel den Umgang mit Messgeräten voraus. Viele sinnvolle Lernsituationen lassen sich daher nur beschränkt mit Papier und Bleistift abtesten. Bei dieser Aufgabe geht es darum, den Flächeninhalt einer Einheit (1 Häuschen) auf verschiedene Arten darzustellen.

Funktionale Zusammenhänge

73% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M91702

Am 1. Januar eröffnet Herr Rossi ein Konto mit einem Kapital von Fr. 50'000. Der Zinssatz beträgt 4%. Am 31. Dez. erhält er also folgenden Zins: 4% von Fr. 50'000 = $\frac{4}{100}$ • 50'000 = Fr. 2'000 Sein Kapital erhöht sich um Fr. 2'000 auf Fr. 52'000	Wie hoch könnten das Kapital und der Zinssatz sein, wenn der Zins Fr. 1000 beträgt ? Gib zwei verschiedene Lösungen an. 1. Lösung Kapital k = ______ Fr. Zinssatz p = ______ % 2. Lösung Kapital k = ______ Fr. Zinssatz p = ______ %

LÖSUNG Eine korrekte Lösung. Beispiele:

k = 10'000, p = 10%	k = 12'500, p = 8%
k = 20'000, p = 5%	k = 25'000, p = 4%
k = 40'000, p = 2.5%	k = 50'000, p = 2%
k = 80'000, p = 1.25%	k = 100'000. p = 1%

Und viele weitere Lösungen wie z.B. k = 28'571, p = 3.5%
Für alle Lösungen muss gelten: k • p = 1'000 (± 1 Fr.)

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Aufgabe fordert eine explorative Auseinandersetzung mit einer umgekehrt proportionalen Zuordnung. Dabei darf ein Wert frei bestimmt werden, der andere Wert lässt sich dann aufgrund der Vorgaben berechnen. Die gängigen und leicht zu berechnenden Lösungen sind oben stehend aufgelistet.

Daten und Zufall

80% Lösungshäufigkeit im Test 2007 — M91984

Jeanine und Olivier streiten sich, wer abwaschen muss. Sie entscheiden, eine Münze zu werfen: «Kopf»: Jeanine wäscht ab. «Zahl»: Olivier wäscht ab.	Die beiden finden aber nur einen Spielwürfel mit 6 Seiten. Wie können Sie den Spielwürfel wie eine Münze verwenden?

LÖSUNG 3 Seitenflächen werden dem Ereignis «Kopf» und 3 Seitenflächen dem Ereignis «Zahl» gleich gesetzt.
Oder: Konkrete Vorschläge mit je 3 Seiten (z.B. 1, 2 und 3: Kopf; 4, 5 und 6: Zahl)
Oder: Es werden nur 2 Augenzahlen erfasst / es wird gewürfelt bis eine 1 oder 2 erscheint.
Oder: Ein anderes Zufallsexperiment mit einem Spielwürfel mit zwei gleich wahrscheinlichen Ereignissen.

CHARAKTERISTIK DER AUFGABE Die Lernenden untersuchen bei dieser Aufgabe einen einfachen Sachverhalt (Würfeln mit 6 möglichen Ergebnissen) und schaffen einen Bezug zum Werfen von Münzen (mit 2 möglichen Ergebnissen). Da die Analogie zwischen Münzen und Würfel einfach ist, beschränkt sich die Aufgabe auf «Gedankenexperimente». Bei entsprechend komplexeren Aufgaben sollten die Lernenden jedoch Gelegenheit erhalten, vor dem Festhalten von Hypothesen oder Zusammenhängen eigene Experimente durchzuführen.

---

5 GESAMTÜBERSICHT DER BASISSTANDARDS MATHEMATIK

(GEGENSTAND DES ANHÖRUNGSPROZESSES)

Zusammenfassend werden die Basisstandards nach Schulstufe geordnet nochmals ohne Erläuterungen abgebildet.

Die vorliegenden Formulierungen bilden den Gegenstand des Anhörungsprozesses.

BASISSTANDARDS MATHEMATIK – 4. SCHULJAHR

1. WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- kennen Zahlensymbole und Zahlwörter bis 100,
- können kleine Anzahlen ohne Zählen erfassen und die Zahlen von 1 bis 9 komplementär auf 10 ergänzen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- verstehen relative Angaben zur Raumlage (wie «zwischen», «auf»; «unter», «über», «darunter», «vor», «hinter», «links von», «rechts von») bzw. zur Richtung («links», «rechts», «geradeaus») und können diese Ausdrücke auch selbst korrekt anwenden,
- kennen einfache geometrische Figuren (Kreis, Rechteck, Quadrat, Dreieck) und können sie den Fachausdrücken zuordnen.

2. OPERIEREN UND BERECHNEN | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Additions-, Subtraktions- und Ergänzungsrechnungen im Zahlenraum bis Hundert ausführen und dabei bei Bedarf das Kommutativ- oder Assoziativgesetz nutzen,
- können Zahlen additiv zerlegen, halbieren und verdoppeln und nummerische Strukturen erkennen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können einfache geometrische Figuren miteinander vergleichen,
- können einfache geometrische Figuren mit Hilfe eines Rasters reproduzieren oder ergänzen (drehen, verkleinern, vergrössern) oder translativ bzw. spiegelsymmetrisch fortsetzen,
- können komplexere Figuren zerlegen und wieder (neu) zusammensetzen.

3. INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können mathematische Veranschaulichungen (z.B. Hundertertafel) und Tabellen lesen und nutzen,
- können Gruppierungen zum Zählen von Objekten nutzen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können mit geeigneten Hilfsmitteln Längen vergleichen,
- können Raster verwenden, um Figuren zu ergänzen, nachzuzeichnen, zu verkleinern oder zu vergrössern.

4. DARSTELLEN UND FORMULIEREN | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können ihre Lösungen und Lösungswege so beschreiben oder darstellen, dass sie für andere Kinder verständlich sind,
- können entsprechende Darstellungen und Beschreibungen anderer Kinder nachvollziehen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können mündlich geometrische Figuren und Muster sowie Abweichungen von Regelmässigkeiten beschreiben.

5. MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können einfache Probleme in Sachsituationen durch den Einsatz arithmetischer Mittel (Addition, Subtraktion) lösen (z.B. in Situationen, die durch Vergleichs-, Kombinations- und Austausch-Aufgaben beschrieben werden).

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können unter Verwendung der Forminvarianz geometrische Aufgaben lösen, die eine räumliche Transformation erfordern.

6. ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Vermutungen äussern, wie Rechnungen und bildhaft dargestellte Situationen zusammenhängen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können Unregelmässigkeiten oder einen Fehler in einem Muster erkennen und mündlich beschreiben.

7. INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können gefundene Lösungen zu arithmetischen Aufgaben überprüfen, wenn sie explizit dazu aufgefordert werden.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können Unregelmässigkeiten oder einen Fehler in einem Muster erkennen und mündlich beschreiben.

8. ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN | 4. SCHULJAHR

ZAHL UND VARIABLE sowie FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Aufgaben durch systematisches Ausprobieren oder durch das Sammeln verschiedener Lösungsmöglichkeiten bearbeiten.

BASISSTANDARDS MATHEMATIK – 8. SCHULJAHR

1. WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können einzelne geläufige mathematische Elemente (Operationen, Formen, Körper, Masszahlen, Bruchzahlen, Terme, Tabellen u.a.m.) sowie einfache Strukturen in Sachverhalten erfassen und beschreiben. Sie sind fähig, einzelne geläufige mathematische Elemente zu identifizieren, zu benennen und zu übertragen und verstehen die Bedeutung geläufiger Symbole. Sie können einfache Sachverhalte und Operationen zu bekannten Kontexten beschreiben.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden algebraisch-arithmetische Fachausdrücke (u.a.: «Addition», «Subtraktion», «Multiplikation», «Division», «Summand», «Faktor», «Summe», «Differenz», «Produkt», «Quotient», «Rest», «Teiler», «Vielfache») und Symbole (=, ≠, <, ≤, >, ≥, +, –, •, :, ()),
- kennen einfache Teilbarkeitsregeln und können natürliche Zahlen und Dezimalzahlen lesen, schreiben und ordnen, sowie die Dezimalschreibweise (Stellenwertsystem) erläutern.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden geometrische Grundbegriffe (Punkt, Strecke, Winkel, Parallele, Durchmesser, Umfang, Symmetrieachse, Diagonale, Senkrechte, Dreieck, Rechteck, Quadrat, Kreis, Fläche, Würfel) und Symbole (Zeichen für rechten Winkel),
- können die Bedeutung von Skizzen und Zeichnungen zu geometrischen Sachverhalten abschätzen und erläutern.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen die Fachausdrücke und Abkürzungen für Grössen (u.a.: Geld, Längen, Flächen, Gewicht/Masse, Zeit, Hohlmasse),
- können zu Grundeinheiten konkrete Beispiele nennen und das System der dezimalen Masseinheiten erklären.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- sind mit funktionalen Zuordnungen vertraut (auch wenn sie noch nicht über eine exakte Beschreibung oder Definition von Funktionen verfügen),
- können Eigenschaften von linearen und proportionalen Verhältnissen in nummerischen und graphischen Kontexten erkennen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden einzelne Fachausdrücke der Statistik («Mittelwert», «Kreisdiagramm», «Balkendiagramm», «Säulendiagramm»),
- können entsprechende Angaben und Darstellungen lesen und Auskunft über die Daten geben, die Diagrammen und Tabellen zugrunde liegen.

2. OPERIEREN UND BERECHNEN | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können in einem bekannten und klar strukturierten Kontext einfache Berechnungen oder geometrische Operationen durchführen, die nur einen Teilschritt erfordern. Die Teilschritte sind vorgegeben oder von der Primarschule her vertraut. Sie können Ergebnisse von Operationen abschätzen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Addition und Subtraktion mit natürlichen Zahlen und endlichen Dezimalzahlen sowie Multiplikationen und Divisionen natürlicher Zahlen mit insgesamt höchstens 5 Wertziffern mündlich oder halbschriftlich durchführen,
- können Resultate von komplexeren Rechnungen schätzen und Zahlen runden,
- können Rechengesetze zur vereinfachten Berechnung nutzen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können sich im Raum orientieren,
- können die Lage und Lageveränderung (verschieben, drehen, kippen, spiegeln) von Objekten in der Ebene und im Raum erkennen und beschreiben,
- können einfache geometrische Figuren und regelmässige geometrische Muster (Ornamente, Parkette) skizzieren und zeichnen sowie Vielecke in einfache Grundfiguren (Dreieck, Rechteck, Quadrat) zerlegen,
- können den Umfang und Fläche von Figuren (Rechtecke mit ganzzahligen Seitenlängen) bestimmen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Berechnungen mit Grössen (Geld, Längen, Flächen, Gewicht/Masse, Zeit, Hohlmasse) durchführen,
- können Grössen miteinander vergleichen, messen, schätzen und runden.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können einfache Gesetzmässigkeiten erkennen, Zahlenfolgen fortsetzen, Wertetabellen ergänzen bzw. einfache Berechnungen zu Proportionalitäten durchführen,
- können Punkte und einfache Graphen in einem Koordinatensystem qualitativ deuten,
- können graphische Darstellungen von einfachen Funktionen ergänzen oder vervollständigen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können bei vorgegebenen Messdaten den Mittelwert bestimmen, Tabellen, Säulen- und Balkendiagramm ausfüllen und ergänzen,
- können die richtigen Operationen zur Beantwortung einer einfachen statistischen Fragestellung ausführen.

3. INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können unter Anleitung Zirkel, Geodreieck, Massstab, Taschenrechner, Nachschlagewerke und Computer für grundlegende Operationen und für die Darstellung einfacher Sachverhalte nutzen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen die wichtigsten Funktionen und Tasten eines Taschenrechners (+, –, /, *, =, .).

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal und Geodreieck gebrauchen, um festzustellen, ob zwei Linien parallel oder rechtwinklig zueinander sind bzw. um entsprechende Linien zu zeichnen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Messinstrumente (u.a. Uhr, Meter, Waage, Messbecher) der Situation angemessen verwenden.

4. DARSTELLEN UND FORMULIEREN | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können Darstellungen von anderen verstehen, die nur wenige und grundlegende Symbole, Fachausdrücke und Graphiken aufweisen, und eigene Überlegungen dazu mit eigenen Worten formulieren, wobei auch einzelne Fehler und Ungenauigkeiten vorkommen dürfen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können schriftlich formulierte Rechnungen mit natürlichen Zahlen und Dezimalzahlen nachvollziehen und eigene Rechnungen und Argumentationen so darstellen, dass sie für andere nachvollziehbar sind,
- können mit natürlicher und symbolischer Sprache, Skizzen und Zeichnungen Lösungsansätze und Lösungen arithmetischer Probleme (Grundoperationen) darstellen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können mit Grössenangaben versehene Skizzen von Sachsituationen und Gegenständen verstehen und selbst Sachsituationen und Gegenstände mit Skizzen und Massangaben so darstellen, dass sie für andere verständlich sind,
- können Berechnungen und Lösungswege, die Grössenbezeichnungen enthalten, korrekt und unmissverständlich darstellen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Informationen über einfache funktionale Zusammenhänge (insbes. Proportionalität) zwischen Grössen erhalten und gewonnene Informationen mit eigenen Worten (ohne Fachterminologie) darstellen und kommunizieren.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Informationen aus Medien, die alltagsbezogene statistische Darstellungen enthalten, verstehen und mit eigenen Worten darstellen und kommentieren,
- können in einfachen Fällen Tabellen und Graphiken (Balken- und Säulendiagramme) nutzen, um Dokumentationen zu veranschaulichen.

5. MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können (Alltags-)Probleme in ein mathematisches Modell überführen, wenn der Problemhorizont leicht erschliessbar ist und Standardmodellierungen vorgegeben sind oder durch den Kontext nahe liegen. Die dabei zu interpretierenden Texte, Tabellen, Graphiken usw. sind einfach, zur Modellierung wird in der Regel ein Denkschritt benötigt.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Probleme und Aufgabenstellungen mit Hilfe von Zahlen und Variablen erfassen und mit arithmetischen Konzepten (z.B. Ordnungsrelation, Operationen und Umkehroperationen) in Beziehung bringen,
- können, einfache arithmetische Muster erkennen, weiterführen und anpassen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Realgegenstände und Realsituationen mit geometrischen Darstellungen (z.B. Pläne und Skizzen) in Beziehung setzen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Probleme und Aufgabenstellungen aus verschiedenen Bereichen des Alltags, in denen Grössenangaben bzw. -berechnungen eine Rolle spielen, adäquat erfassen und geeignete Lösungsschritte (Umformungen, Skizzen) überlegen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können in (Alltags-)Situationen proportionale und lineare Zusammenhänge entdecken und zur Beschreibung (ohne Fachterminologie) und Lösung von Problemen nutzen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können aus gegebenen statistischen Darstellungen die Informationen entnehmen, die zur Lösung eines Problems / einer spezifischen Fragestellung nötig sind, und können dazu auch kleinere Datenerhebungen selbst planen und durchführen.

6. ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können einfache Aussagen durch Nachprüfen an einem konkreten Beispiel, durch Nutzen vorhandener Daten oder durch nahe liegende Argumente begründen oder falsifizieren.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Behauptungen über nummerische arithmetische Gesetzmässigkeiten begründen,
- können Argumentationen und Rechnungen in mehrere Teilschritte gliedern und über die Vorgehensweise Rechenschaft ablegen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können qualitative Behauptungen (z.B. gross-klein, lang-kurz) durch Grössenangaben präzisieren und begründen,
- können auch komplexere Argumentationen, bei denen Grössenangaben eine Rolle spielen, nachvollziehen und dazu kritisch Stellung nehmen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Entscheidungen (z.B. Kaufentscheidungen) durch Analyse der funktionalen Zusammenhänge plausibel machen, Behauptungen über proportionale Zusammenhänge belegen und einfache Argumentationen führen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Prognosen formulieren und Schlussfolgerungen begründen, die sich auf gegebene Daten stützen.

7. INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können leicht verständliche Aussagen, Darstellungen und Ergebnisse unterschiedlicher Herkunft durch Berechnen, Skizzieren oder logische Überlegungen interpretieren und überprüfen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können im Zahlbereich der natürlichen Zahlen Darstellungen und Behauptungen von anderen, ebenso wie selbst berechnete Resultate durch Kontrollrechnungen und durch Vergleich mit der Realität überprüfen,
- nehmen gelöste nummerische Probleme zum Anlass, über die Brauchbarkeit der eingesetzten Mittel, die mögliche Verallgemeinerbarkeit des Ergebnisses und die Übertragbarkeit der Methoden auf andere Probleme nachzudenken.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Aussagen und Resultate zu geometrischen Eigenschaften einfacher Figuren überprüfen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Behauptungen zu Grössenangaben, ebenso wie selbst gemessene Angaben und berechnete Resultate durch Vergleich mit der Realität und durch Kontrollrechnungen und -messungen überprüfen,
- nehmen gelöste Probleme zum Anlass, über die Brauchbarkeit der eingesetzten Mittel, die mögliche Verallgemeinerbarkeit des Ergebnisses und die Übertragbarkeit der Methoden auf andere Probleme nachzudenken.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können selbst gefundene oder fremde Ergebnisse, die einfache funktionale Verhältnisse (insbes. Proportionalität) betreffen, kontrollieren.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Aussagen und Entscheidungen, die sich auf statistische Darstellungen (Datensets, Tabellen, Diagramme) stützen, miteinander vergleichen und prüfen und zu gefundenen Ergebnissen weiterführende Fragen formulieren.

8. ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN | 8. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können zu einer Aussage oder einem Sachverhalt ausgehend von einem Beispiel weitere Beispiele finden. Sie können Systeme mit wenigen Elementen und einfacher Struktur durch Variieren einzelner Elemente untersuchen und zu einem einfachen Sachverhalt oder Beispiel eigene mathematisch relevante Fragen formulieren.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können nummerische und arithmetische Zusammenhänge im Bereich der natürlichen Zahlen erkunden und erforschen, durch systematisches Variieren von Zahlen, Ziffern oder Operationen Lösungen und Hypothesen finden;
- können durch selbst gewählte Zahlenbeispiele Verallgemeinerungen auf die Probe stellen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können einfache geometrische Gebilde (z.B. Pentominos oder Würfelabwicklungen) und Sachverhalte (z.B. mögliche Lagen verschiedener Objekte) untersuchen, Vermutungen formulieren und sie durch systematische Tests bestätigen oder widerlegen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Grössenverhältnisse (z.B. Volumen verschiedener Gegenstände) und Zusammenhänge zwischen verschiedenen Grössen (z.B. Fläche und Umfang) durch einfache Messungen und Experimente erkunden und erforschen,
- können durch systematisches Variieren von Grössen Lösungen und Hypothesen finden bzw. gefundene Hypothesen auf die Probe stellen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Vermutungen über funktionale Zusammenhänge (insbes. zur Proportionalität) in der Realität und in der Mathematik formulieren und testen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können einfache Zufallsexperimente mit Würfeln, Münzen oder Karten durchführen und auszählen und die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen durch Versuche qualitativ bestimmen.

BASISSTANDARDS MATHEMATIK – 11. SCHULJAHR

1. WISSEN, ERKENNEN UND BESCHREIBEN | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können mathematische Sachverhalte erfassen und beschreiben, die wenige und eher geläufige mathematische Fachausdrücke, Symbole und Strukturen enthalten. Sie können ein bis zwei mathematische Elemente oder Symbole identifizieren, benennen oder übertragen, wenn der Kontext vertraut und der mathematische Sachverhalt leicht erschliessbar ist. Sie können sich einfache Sachverhalte und Operationen zu bekannten Kontexten vorstellen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- verstehen und verwenden algebraisch-arithmetische Fachausdrücke (u.a.: «Gleichung», «Ungleichung», «Term», «Variable», «Unbekannte», «Lösung», «schätzen», «runden», «Teiler», «Vielfache», «Primzahl», «Quadratwurzel», «Wurzel»),
- kennen verschiedene Darstellungsweisen von Zahlen (Dezimal-, Prozent- und Bruchdarstellung, wissenschaftliche Schreibweise, Potenzschreibweise mit reeller Basis und natürlichem Exponenten).

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- kennen die wichtigsten Fachausdrücke und Begriffe der ebenen und räumlichen Geometrie und können geometrische Figuren, Körper und deren Eigenschaften im Alltag wieder erkennen und mit geeignetem Vokabular beschreiben und klassifizieren,
- kennen grundlegende Sätze der ebenen Geometrie (z.B. Satz des Pythagoras, Satz über die Winkelsumme im Dreieck).

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler
- sind mit den gängigen Grössenarten (insbes.: Länge, Fläche, Volumen, Inhalt, Masse/Gewicht, Zeit, Geschwindigkeit) und ihren wichtigsten Masseinheiten vertraut,
- kennen den Aufbau des metrischen Systems und die Darstellung in Zehnerpotenzen,
- kennen die Vorsilben «Mega», «Kilo», «Dezi», «Centi» und «Milli» und können sie den entsprechenden Zehnerpotenzen zuordnen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Funktionen als eindeutige Zuordnung der Elemente zweier Mengen deuten,
- kennen die wichtigsten Fachausdrücke und Symbole im Zusammenhang mit Funktionen und ihrer graphischen Darstellung,
- können verschiedene Funktionstypen (insbes. lineare von nicht-linearen) unterscheiden.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler
- verstehen und verwenden Fachausdrücke der Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (u.a.: «Mittelwert», «absolute und relative Häufigkeit», «sichere, mögliche, unmögliche Ereignisse»),
- kennen verschiedene Darstellungsweisen von Daten (u.a. Wertetabellen, Balkendiagramme, Kreisdiagramme, Histogramme, Streudiagramme) und deren Bezeichnungen.

2. OPERIEREN UND BERECHNEN | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können in einem bekannten und klar strukturierten Kontext einfache Berechnungen oder geometrische Operationen durchführen, die nur ein bis zwei Teilschritte erfordern. Die Teilschritte sind vorgegeben oder ergeben sich leicht aus dem Kontext. Sie können Ergebnisse von Operationen abschätzen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Berechnungen in den vier Grundoperationen mit gewöhnlichen Brüchen, endlichen Dezimalbrüchen und einfachen Potenzen (insbes. wissenschaftliche Schreibweise) je nach Komplexität mündlich, halbschriftlich und/oder mit dem Taschenrechner durchführen und die Resultate schätzen und runden,
- können einfache Gleichungen und Gleichungssysteme lösen und Rechengesetze zur Vereinfachung von Termen nutzen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können Figuren im Koordinatensystem darstellen, geometrische Grundkonstruktionen und -operationen anwenden und Berechnungen (aufgrund elementarer Sätze) durchführen,
- können Körper in verschiedener Weise darstellen und Kantenlängen, Flächen und Volumen schätzen und berechnen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Berechnungen mit Masszahlen (auch bei zusammengesetzten Einheiten, insbes.: Geschwindigkeit) durchführen und Grössenangaben von einer Einheit in eine andere umrechnen,
- können Entfernungen in die Wirklichkeit mit Hilfe von Karten und Massstabangaben berechnen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler
- können bei einfachen Funktionen die Funktionswerte zu einer gegebenen Zahl aus einer Wertetabelle oder einer graphischen Darstellung ablesen bzw. aus einer Funktionsgleichung berechnen,
- können Berechnungen zur direkten und umgekehrten Proportionalität durchführen;
- können den Schnittpunkt zweier linearer Funktionen algebraisch und/oder graphisch bestimmen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler
- können ausgehend von Messdaten, Wertetabellen oder bereits vorliegenden Diagrammen ein passendes Diagramm erstellen, absolute und relative Häufigkeiten berechnen und den arithmetischen Mittelwert bestimmen,
- können die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen experimentell, durch Überlegungen und mit Hilfe von Baumdiagrammen bestimmen.

3. INSTRUMENTE UND WERKZEUGE VERWENDEN | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können unter Anleitung Zirkel, Geodreieck, Massstab, Taschenrechner, Nachschlagewerke und Computer für grundlegende Operationen und für die Darstellung einfacher Sachverhalte nutzen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen die wichtigsten Funktionen und Tasten eines Taschenrechners (+, –, /, *, =, x^2, √x, 1/x, STO, RCL, ( ), y^x),
- können ein Tabellenkalkulationsprogramm benutzen, um Datensätze darzustellen, einfache Gleichungen zu lösen und nummerische Explorationen durchzuführen,
- können Formelsammlungen, Nachschlagewerke und das Internet benutzen, um geeignete Formeln und Verfahren zur Lösung nummerischer Aufgabenstellungen finden.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal und Geodreieck zur Lösung geometrischer Probleme einsetzen,
- können (allein oder mit Hilfe) dynamische Geometriesoftware zur Repräsentation, Exploration und Problemlösung einsetzen,
- können Formelsammlungen, Taschenrechner und geeignete Software zur Berechnung von Längen, Flächen, Volumen einsetzen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können die gebräuchlichen Messinstrumente (Massstab, Winkelmesser, Waage, Stoppuhr, Messbecher) situationsgerecht auswählen, um Messungen (Längen, Winkel, Gewicht/Masse, Zeit und Geschwindigkeit, Volumen) durchzuführen,
- können den Taschenrechner oder ein Tabellenkalkulationsprogramm zur Berechnung der Masszahlen und für Umrechnungen benutzen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Taschenrechner und Computer (Tabellenkalkulation) zur Berechnung von Funktionswerten und zur graphischen Darstellung von Funktionen zu benutzen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Taschenrechner und Tabellenkalkulationssoftware benutzen, um mit nicht-banalen Mengen von Daten umzugehen,
- können geeignete Techniken zur Klassifizierung und Auswahl der Daten einsetzen und Graphiken (z.B. Säulendiagramme) erstellen,
- können den Taschenrechner benutzen, um einfache kombinatorische Berechnungen durchzuführen.

4. DARSTELLEN UND FORMULIEREN | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können Darstellungen von anderen verstehen, die nur wenige und grundlegende Symbole, Fachausdrücke und Graphiken aufweisen, und eigene Überlegungen dazu mit eigenen Worten formulieren, wobei auch einzelne Fehler und Ungenauigkeiten vorkommen dürfen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können schriftlich formulierte Rechnungen und Begründungen von anderen nachvollziehen und eigene Rechnungen und Argumentationen so darstellen, dass sie für andere nachvollziehbar sind,
- können mit natürlicher und symbolischer Sprache, Skizzen und Zeichnungen Lösungsansätze und Lösungen arithmetischer und algebraischer Probleme darstellen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können aus geometrischen Darstellungen (Plänen, Zeichnungen Modellen usw.) problemrelevante Informationen entnehmen und selbst geeignete Darstellungen bei der Kommunikation mit anderen einsetzen,
- können Problemstellungen und Lösungsansätze mit Skizzen, Zeichnungen, Modellen usw. visualisieren und verdeutlichen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können aus Texten, Tabellen, Diagrammen, Schaubildern usw. Informationen zu Grössen und Massen entnehmen und für die Darstellung eigener Ansichten treffende Grössenvergleiche und situationsgerechte Darstellungen und Beschreibungen einsetzen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Informationen über funktionale Zusammenhänge zwischen Grössen erhalten und gewonnene Informationen in angemessener Weise darstellen und kommunizieren.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Behauptungen und Argumentationen, bei denen Diagramme, Wertetabellen oder andere Formen statistischer Darstellung benutzt werden, nachvollziehen,
- können vorliegende statistische Darstellungen benutzen, um ihre eigenen Ansichten zu erläutern und ihre Behauptungen und Argumentationen zu belegen.

5. MATHEMATISIEREN UND MODELLIEREN | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können (Alltags-)Probleme in ein mathematisches Modell überführen, wenn der Problemhorizont leicht erschliessbar ist und Standardmodellierungen vorgegeben sind oder durch den Kontext nahe liegen. Die dabei zu interpretierenden Texte, Tabellen, Graphiken usw. sind einfach, zur Modellierung werden nur ein oder maximal zwei Denkschritte benötigt.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Probleme und Aufgabenstellungen mit Hilfe von Zahlen und Variablen erfassen und mit arithmetisch/algebraischen Konzepten (z.B. Ordnungsrelation, Operationen und Umkehroperationen) in Beziehung bringen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können Alltagssituationen mit Hilfe von Geometrie interpretieren, Problemsituationen erfassen und erfolgreich modellieren,
- können ihre geometrischen Kenntnisse für Handlungsentscheidungen und für die Wahl geeigneter Mittel einsetzen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Alltagsprobleme, die eigene Messungen oder den Umgang mit Messgrössen erfordern (z.B. Flächeninhalt eines Zimmers, Geschwindigkeit beim Autofahren, Benzinverbrauch) lösen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können in (Alltags-)Situationen funktionale Zusammenhänge entdecken und zur Beschreibung und Lösung von Problemen nutzen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Alltagsprobleme auch unter statistischen und probabilistischen Gesichtspunkten interpretieren und angemessene Entscheidungen treffen,
- können die für eine Umfrage oder Datenerhebung relevanten Daten ermitteln, ordnen und weiterverarbeiten,
- können einfache kombinatorische Probleme des Alltags durch systematisches Ordnen, Zählen oder Berechnen lösen.

6. ARGUMENTIEREN UND BEGRÜNDEN | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können einfache Aussagen oder Phänomene durch Angabe eines konkreten Beispiels, durch Nutzen oder Auswerten vorhandener Daten oder durch nahe liegende Argumente begründen oder falsifizieren.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Behauptungen über nummerische, arithmetische und algebraische Gesetzmässigkeiten begründen,
- sind fähig, komplexere Argumentationen und Rechnungen in mehrere Teilschritte zu gliedern und über ihre Vorgehensweise Rechenschaft abzulegen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler
- können die Richtigkeit einfacher Formeln, das Bestehen von Beziehungen und Sachverhalten mit Hilfe geometrischer Eigenschaften begründen,
- können Vermutungen über einfache Sätze der Geometrie anstellen und Argumente dazu entwickeln.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Behauptungen über Grössen und Grössenverhältnisse begründen, indem sie auf geeignete Messungen Bezug nehmen und nötige Umrechnungen vornehmen,
- können Entscheidungen rechtfertigen, indem sie sich auf Messgrössen und Normen beziehen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler
- können Entscheidungen (z.B. Kauf- und Vertragsentscheidungen) durch Analyse der funktionalen Zusammenhänge plausibel machen, Behauptungen über funktionale Zusammenhänge mit Tabellen, Graphen und Rechnungen belegen und einfache Argumentationen führen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler
- können Behauptungen, die sich auf Datensätze, Diagramme und andere statistische Darstellungen stützen, kritisch nachvollziehen und eigene Behauptungen mit Hilfe von statistischen Darstellungen und Berechnungen begründen,
- können Begründungen für Behauptungen geben, die sich auf die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen beziehen.

7. INTERPRETIEREN UND REFLEKTIEREN DER RESULTATE | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können gegebene leicht verständliche Aussagen, Darstellungen und Ergebnisse unterschiedlicher Herkunft durch Berechnen, Skizzieren oder logische Überlegungen interpretieren und überprüfen. Dabei sind allfällig notwendige Modellierungen durch den Kontext vorgegeben.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können nummerische Darstellungen und Behauptungen von anderen, ebenso wie selbst berechnete Resultate durch Kontrollrechnungen und durch Vergleich mit der Realität überprüfen,
- nehmen gelöste nummerische Probleme zum Anlass, über die Brauchbarkeit der eingesetzten Mittel, die mögliche Verallgemeinerbarkeit des Ergebnisses und die Übertragbarkeit der Methoden auf andere Probleme nachzudenken.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können gefundene Resultate aus der Geometrie und aus anderen mathematischen Bereichen unter geometrischem Aspekt interpretieren und reflektieren,
- können geometrische Resultate überprüfen und ihre Verwendbarkeit für zukünftige Problemlösungen überdenken.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Darstellungen und Behauptungen von anderen, ebenso wie selbst erstellte Resultate, die sich auf Grössen und Messungen beziehen, durch Kontrollrechnungen und Vergleich mit der Realität überprüfen,
- können einschätzen, ob die in einem Resultat verwendeten Einheiten und Grössenordnungen von Masszahlen der gegebenen Problemsituation gerecht werden und zu einer sinnvollen Genauigkeit führen,
- nehmen gefundene Grössenbestimmungen zum Anlass, um Grössenvergleiche anzustellen und bestehende Meinungen zu Grössen und Grössenverhältnissen zu überdenken.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können verschiedene Methoden zur Lösung einfacher linearer Gleichungen (z.B. systematisches Probieren, Auflösen von Gleichungen, graphische Lösung eines Problems) zur Ergebniskontrolle einsetzen und die Zweckmässigkeit der Methoden miteinander vergleichen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können Aussagen und Entscheidungen, die sich auf Wahrscheinlichkeiten und statistische Angaben stützen, reflektieren und hinterfragen,
- können prüfen, ob die von anderen oder von ihnen selbst gewählten Darstellungsmittel korrekt angewendet und zur Veranschaulichung geeignet sind.

8. ERFORSCHEN UND EXPLORIEREN | 11. SCHULJAHR

Die Schülerinnen und Schüler können zu einer Aussage oder einem Sachverhalt ausgehend von einem Beispiel weitere Beispiele finden und Systeme mit wenigen Elementen und einfacher Struktur durch Variieren einzelner Elemente untersuchen.

ZAHL UND VARIABLE

Die Schülerinnen und Schüler

- können nummerische, arithmetische und algebraische Zusammenhänge erkunden und erforschen, durch systematisches Variieren von Zahlen, Ziffern oder Operationen Lösungen und Hypothesen finden und durch selbst gewählte Zahlenbeispiele Verallgemeinerungen auf die Probe stellen.

FORM UND RAUM

Die Schülerinnen und Schüler

- können sich noch unbekannte geometrische Gebiete und Sachverhalte explorieren, Vermutungen formulieren und durch systematische Tests bestätigen oder widerlegen.

GRÖSSEN UND MASSE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Situationen durch explorative Messversuche erkunden und Eigenschaften, Relationen, Muster und Strukturen durch geeignete Grössenangaben und Grössenvergleiche erfassen.

FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE

Die Schülerinnen und Schüler

- können Vermutungen über funktionale Zusammenhänge in der Realität und in der Mathematik anstellen und testen,
- können Erkenntnisse im Zusammenhang mit Funktionen und ihren graphischen Darstellungen durch eigene Untersuchungen und Überlegungen gewinnen.

DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler

- können statistische, probabilistische und kombinatorische Zusammenhänge erkunden und erforschen, durch Gedankenexperimente und Zufallsexperimente Lösungen und Hypothesen finden und erproben.